

1910.

LIBRARY
MICHIGAN STATE NORMAL
COLLEGE

No. 4.

1910
R 4
ANNALEN
DER
P H Y S I K.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. U. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

BAND 31. HEFT 4.

DER GANZEN REIHE 336. BANDES 4. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE.
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.

MIT EINER TAFEL.



LEIPZIG, 1910.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

DÖRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.

(Ausgegeben am 15. März 1910.)

Inhalt.

	Seite
1. P. Lenard. Über Lichtemission und deren Erregung. (Hierzu Taf. III.)	641
2. Kurt Sorge. Eine neue Methode zur Messung von Elliptizitäten des Lichtes mit Hilfe der Lummerschen Doppelringe	686
3. Karl Scheel und Wilhelm Heuse. Bestimmung des Sättigungsdruckes von Wasserdampf zwischen 0° und +50°	715
4. A. Badior. Wärmeleitung bei künstlicher Anisotropie	737
5. Max Planck. Zur Theorie der Wärmestrahlung	758
6. James Robinson. Untersuchungen über die Ausbreitung von lichtelektrischen Kathodenstrahlen im Vakuum und in verschiedenen Gasen	769
7. Ludwig Silberstein. Über die von einem beliebig gestoßenen Elektron sich abspaltenden Wellen	823
8. E. Waetzmann. Apparat zum Studium der Interferenz des Schalles	837
9. Hans Happel. Entgegnung auf die Arbeit von Hrn. Rudolf: Die Edelgase und die Zustandsgleichung. II	841
10. A. Voller und B. Walter: Bemerkungen zu der Abhandlung des Hrn. P. Ludewig: Über die Notwendigkeit des Vorhandenseins der Selbstinduktion im Stromkreis des Wehneltunterbrechers	847

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr **Geh. Hofrat Prof. W. Wien** übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **Würzburg, Pleicherring 8.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.



ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 31.

1. *Über Lichtemission und deren Erregung;* von P. Lenard.

(Der Heidelberger Akademie der Wissenschaften im Auszuge vorgelegt
am 11. Dezember 1909.)

(Hierzu Taf. III.)

Die folgenden Untersuchungen beginnen mit einer Neuermittlung der Erregungsverteilungen bei den Erdalkaliphosphoren. Dabei haben sich auch Resultate von weitergehendem Interesse gezeigt.

Die Phosphoreszenz selbst betreffend sei erwähnt die Auffindung dreier, nach gesonderten Gesetzen verlaufenden Teile in der Lichtemission jeder einzelnen Phosphoreszenzbande (*d*-, *m*- und *u*-Prozeß). Die Zahl der zu betrachtenden Phosphoreszenzbanden jedes wirksamen Metalles konnte reduziert werden. Die Beziehungen — Analogien — der verschiedenen Phosphoreszenzbanden zueinander traten dabei in klareres Licht und erhielten eine erste quantitative Fassung. Das Zinksulfid, der einzige neben den Erdalkaliphosphoren noch bekannte Körper von langer Nachdauer seines Leuchtens fügte sich ebenfalls in diese Analogien und konnte gänzlich den Erdalkaliphosphoren angeschlossen werden.

Besonders wichtig scheint es mir aber, daß durch die neu ermittelten Tatsachen auch neue Anhaltspunkte zum Verständnis der Vorgänge der Lichtemission in den Atomen überhaupt geliefert werden. Denn indem wir durch die verfeinerten Beobachtungen veranlaßt werden, verbesserte und verfeinerte Vorstellungen von den Emissionszentren des Phosphoreszenzlichtes zu entwerfen, kommen wir zur Ansicht, daß das Leuchten der Phosphore und die Spektrallinienemission der Metaldämpfe Vorgänge gleicher Art in den betreffenden Metallatomen seien, namentlich auch, daß die Erregung zum Leuchten die gleiche sei, nämlich Abgabe von Elektronen aus dem Atom, bei deren

Rückkehr dann die Emission erfolgt. Der Fall der Phosphore ist besonders günstig zum Studium dieser Vorgänge; denn bei den äußerst geringen Metallgehalten dieser Präparate darf man erwarten, daß die Metallatome einzeln ins Spiel kommen, wobei sie im festen Körper auf feste Gruppierungen mit den übrigen Atomen angewiesen sind, und wobei durch die Präparation verschiedene Gruppierungen derselben Atome herstellbar sind.

Aus den ermittelten Einzelheiten suchen wir Bilder über die zugehörige Beschaffenheit der Atome zu gewinnen. Daß diese Bilder vorerst wohl nicht treffender sein werden, als etwa die Erdkarten des Altertums, dies liegt daran, daß wir bei der Erforschung der Atomwelten eben erst am Anfange sind.

I. Erregungsverteilungen.

1. Unter der Erregungsverteilung einer Phosphoreszenzbande verstehen wir (1904¹⁾, p. 463) den Zusammenhang zwischen der Länge der erregenden Lichtwellen und der Intensität des erregten Phosphoreszenzlichtes; diese beiden als Abszisse und Ordinate aufgetragen, geben die graphische Darstellung der Erregungsverteilung. Nur von der Erregungsverteilung je einer bestimmten Phosphoreszenzbande — nicht von der eines Phosphors — kann die Rede sein; denn die verschiedenen Banden desselben Phosphors haben verschiedene Erregungsverteilungen (1904, p. 465).

In der Auffassung, welche wir entwickelt haben (1904, p. 671) kommt der Erregungsverteilung die Bedeutung zu, daß sie durch ihre Maxima diejenigen Lichtwellenlängen angibt, auf welche die unerregten Bandenzentren vorzugsweise ansprechen derart, daß die Metallatome in ihnen von der lichtelektrischen Wirkung ergriffen werden und Elektronen ausgeben. Bei der späteren Rückkehr dieser Elektronen zu ihren Metallatomen erfolgt das Leuchten, die Emission der betreffenden Phosphoreszenzbande.

1) Mit „1904“ zitieren wir kurz die frühere ausführliche Veröffentlichung über die Erdalkaliphosphore: P. Lenard und V. Klatt, *Ann. d. Phys.* 15. 1904. — Ebenso mit „1909“: P. Lenard, *Verh. des nat.-hist.-med. Vereins zu Heidelberg*, 5. Febr. 1909.

Wir hatten bereits 1904 die Erregungsverteilungen von 64 Phosphoreszenzbanden in graphischer Darstellung nach unseren damaligen Beobachtungen angegeben mit der Bemerkung (p. 465): „Bei den hervorgehobenen Schwierigkeiten gestatteten die angewandten Mittel nur die Hauptzüge der Erregungsverteilungen festzustellen. Es genügte dies aber sowohl zu erster Kenntnis der speziellen Eigenschaften der neuen Phosphore, als auch zur Herleitung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten.“ Nachdem diese Gesetzmäßigkeiten gefunden und die erste Orientierung an dieser Seite des umfangreichen und verwickelten Erscheinungsgebietes erfolgt war, wobei die beobachteten Tatsachen auch immer deutlichere theoretische Bedeutung gewannen, entstand das Bedürfnis, die Erregungsverteilungen wenigstens einer beschränkten Zahl von Banden womöglich mit vergrößerter Präzision kennen zu lernen.

Beobachtungsverfahren. — 2. Um wesentlich weiter als früher in der Feststellung der Erregungsverteilungen zu kommen, mußten größere Hilfsmittel angewandt werden.¹⁾ Es kam auf ein möglichst lichtstarkes und kontinuierliches, dabei genügend dispergiertes ultraviolettes Spektrum an, in welchem die flächenhaft ausgebreiteten Phosphore zu exponieren sind. Es wurden zweierlei Spektralapparate mit je zwei großen Quarz- bzw. Steinsalzprismen von 5—6 cm Kantenlänge und entsprechend großen, die vollen Prismenflächen freilassenden Quarzlin sen von geeigneten Brennweiten benutzt. Die Lichtquelle selbst wurde zur Erzielung größter Lichtstärke an Stelle des Spaltes gestellt, wozu sie linear sein mußte. Es wurde in einem Apparat ein Nernstscher Faden, im zweiten eine Aronsche Quarzamalgalampe benutzt. Der Nernstsche Faden hat den großen Vorteil, ein völlig kontinuierliches ultraviolettes Spektrum zu geben, freilich aber nur bis etwa $250\text{ }\mu\mu$ in genügender Lichtstärke. Für das weitere Ultraviolett trat die Amalgalampe ein, deren Linienreichtum weit größer ist als der der früher zugänglichen ultravioletten Quellen, immerhin aber ohne völlige Aufhebung der Nachteile, welche die Diskontinuität des Spektrums bei Aufsuchung bandenartiger Er-

1) Solche Mittel wurden durch die radiologische Stiftung in Heidelberg verfügbar.

regungsmaxima bringen muß. Diese Schwierigkeit haben wir bereits früher (1904, p. 464) hervorgehoben als Hauptgrund von Unsicherheiten in der Feststellung der Erregungsverteilungen.¹⁾

Geeicht wurden die Spektralapparate mit Hilfe der Quecksilberlinien, welche im Falle der Amalgamlampe direkt sichtbar werden, im Falle des Nernstschen Fadens aber dadurch zur Erscheinung gebracht wurden, daß der kalte Faden durch eine Quarzlinse mit dem Lichte einer Quecksilberlampe beleuchtet wurde. Eine Mikrometervorrichtung, welche $\frac{1}{10}$ mm abzulesen gestattete, verschob einen Zeiger im Spektrum und vermittelte so die Wellenlängenbestimmung der Erregungsmaxima.²⁾

3. Um die Erregungsverteilung je einer einzigen Bande zu beobachten, gibt es kein besseres Mittel als die Benutzung von Phosphoren, welche eben nur je eine Bande besitzen, oder doch neben der einen nur noch solche Banden, deren Erregungsverteilungen schon vorher für sich allein festgestellt sind, und welche sich durch ihre Farbe von der fraglichen Bande genügend unterscheiden, so daß sie vom Gesamtergebnis leicht zu subtrahieren sind. Da es durch Einfluß der Zusätze, der Metallmenge, Glühtemperatur und Glühdauer meist möglich ist, eine bestimmte Bande bei der Herstellung der Phosphore zu bevorzugen, wie dies frühere Untersuchungen gezeigt haben (1904, Tab. I u. p. 649 ff.), wurde jetzt vorzugsweise dieser Weg zur Bandentrennung benutzt; nur selten kamen farbige Medien und das gekreuzte Spektrum mehr zur Anwendung. Es wurden zu den gegenwärtigen Beobachtungen im ganzen 86 Phosphore benutzt³⁾, so daß bis zu 10 Proben für je eine Bande zur Verwendung kamen, während es früher (1904) durchschnittlich nur 1—2 Proben waren.

1) Punktierungen der *d*-Maxima in der Tafel geben Zeichen von noch vorhandener Unsicherheit dieses Ursprunges. Es wird, um noch weiter zu kommen, Sonnenlicht bei guter Gelegenheit zu versuchen sein.

2) Die Firma H. Heele in Berlin hat es übernommen, Apparate nach den Modellen der hier benutzten in technisch vollendeterer Ausführung zu bauen.

3) Sämtliche Phosphore finden sich bereits in den Tab. I, 1904 angegeben, ihre Bereitung dortselbst, Kapitel Ff, zum Teil auch ausführlich erläutert. Vgl. auch V. Klatt u. P. Lenard, Wied. Ann. 38. p. 90. 1889. Hr. Dr. W. E. Pauli, Assistent im radiologischen Institut, hatte die Güte, den größeren Teil der Präparationen zu übernehmen. Auch die Herren stud. Hausser und Hirsch haben sich daran beteiligt.

d- und m-Erregung. — 4. Der Verlauf der Beobachtungen wird am besten an einem Beispiel erläutert. Wir wählen dazu einen SrCu-Phosphor mit der grünen α -Bande. Von dieser Bande wurde bereits früher gezeigt (1904, p. 470), daß ihre Erregungsverteilung nicht einheitlich an- und abklingt, sondern daß sie aus einem langsam an- und abklingenden Teil und einem darüber gelagerten aber ganz anders spektral verteilten schnell an- und abklingenden Teil besteht. Wir haben also, wie wir kurz sagen, Momentanverteilung und Dauerverteilung voneinander zu unterscheiden und zu trennen. Dies geschieht mit den jetzigen Hilfsmitteln leicht in folgender Weise. Experimentiert man die unerregten, also vorher erhitzten (1904, p. 455 u. ff.) oder ultrarot beleuchteten (1909, p. 14 u. ff.) Phosphorflächen nur kurze Zeit, wenige Sekunden, im Spektrum, so sieht man die Momentanverteilung für sich allein in der Farbe der Bande aufleuchten¹⁾ und kann sie bei Wiederholung des Verfahrens beliebig genau vermessen. Ebenso ist das, was beim Abschneiden des erregenden Spektrums plötzlich verschwindet, die Momentanverteilung. Noch leichter ist die Dauerverteilung zu ermitteln, denn sie bleibt nach Schluß der genügend langen, 1—5 Minuten währenden Spektralbelichtung für sich allein im Nachleuten zurück und es ist an der Farbe des Nachleuchtens zu erkennen, ob die Verteilung wirklich der betreffenden Bande zugehört.

5. Die Durchführung dieser Beobachtungen bei sämtlichen Banden zeigte, daß dieser Fall der Übereinanderlagerung einer Momentanverteilung und einer Dauerverteilung der ganz allgemeine Fall ist, wie bereits früher berichtet wurde.²⁾ Die

1) Sofern auch sichtbare, violette, blaue oder grüne Spektralstellen erregend wirken, ist Beobachtung durch farbige Gläser zur Trennung des erregten und erregenden Lichtes zu Hilfe zu nehmen, wie bereits 1904 genügend ausgeführt.

2) P. Lenard, H. Kamerlingh-Onnes u. W. E. Pauli, Akad. d. Wiss. zu Amsterdam Juni 1909. p. 168 (Comm. Leiden Nr. 111). Es ist dortselbst auch schon darauf hingewiesen, daß Hr. Werner im Kieler Physikal. Institut in Bestätigung des Verhaltens der SrCu α -Bande bereits den gleichen Fall bei der SrZn α -Bande gefunden und ausführlich, auch messend, untersucht hat. (A. Werner, Ann. d. Phys. 24. p. 164. 1907.) Man vgl. auch die neuerliche Veröffentlichung A. Werner u. H. Gohdes, Ann. d. Phys. 30. p. 257. 1909.

beigefügte Tafel zeigt am übersichtlichsten das Resultat der nun überall durchgeführten Trennung des Momentan- und Dauerprozesses.

Wir bezeichnen den Momentanprozeß kurz mit m , den Dauerprozeß mit d . Auf die Tafel kommen wir zurück.

u-Erregung. — 6. Ein weiteres, neues Resultat zeigte sich bei Benutzung des Spektrums der Amalgamlampe, wo auch das äußerste Ultraviolett bis $200\ \mu\mu$ mitwirkte. Man findet da, daß noch ein dritter Summand an der Gesamterregung einer Bande durch eine beliebige Wellenlänge beteiligt ist, ein Summand, welcher indessen nur bei sehr kurzen erregenden Wellenlängen beträchtliche Werte annimmt, dann aber sogar den Hauptteil der ganzen Erregung ausmachen kann. Wir nennen diesen dritten Erregungsprozeß den Ultraviolettprozeß oder kurz *u*-Prozeß.

Man bemerkt die Existenz des besonderen *u*-Prozesses, wenn man bei spektraler Belichtung aufmerksam die Phosphorfläche betrachtend abstrahiert von der völlig plötzlich an- und abklingenden Momentanerregung m und der sehr langsam an- und abklingenden Dauererregung d . Man sieht dann, daß außer diesen beiden und über sie gelagert eine besondere dritte Erregung von mittlerer Dauer vorhanden ist, deren Intensität groß ist im äußersten Ultraviolett, gegen die längeren Wellen zu aber allmählich abnimmt und im sichtbaren Violett unmerklich wird. Die als mittelgroß bezeichnete Dauer dieser *u*-Erregung ist jedoch nicht einheitlich, sondern sie wächst vom äußersten Ultraviolett, wo sie klein (aber nicht unmerklich) ist, gegen die längeren Wellen zu. Dies ergibt den Eindruck, als ob bei Beginn einer Belichtung eine Welle Phosphoreszenzlichtes vom ultravioletten Ende des Spektrums herkommend über die Phosphorfläche sich ergösse, hell an jenem Ende einsetzend und allmählich, zuletzt sehr langsam und matt bis gegen das Violett zu sich ausbreitend. Umgekehrt kommt bei Schluß einer spektralen Belichtung die Dunkelheit des Abklingens ebenfalls vom Ultraviolett her über den Phosphor, in derselben Richtung und Abstufung sich weiter ausbreitend, wie vorher die Erregung. Zuletzt, nach vollständigem Verklingen der *u*-Erregung bleiben die d -Maxima allein noch nachleuchtend übrig. Es gilt also auch für die je nach der er-

regenden Wellenlänge verschiedene Dauer des u -Prozesses, wie früher (1904, p. 281) für den d - und m -Prozeß schon bemerkt war, daß, „was langsam anklingt, auch langsam abklingt, was schnell anklingt, auch schnell abklingt“.

Zur Tafel der Erregungsverteilungen. — Der bereits aus der früheren Tafel (1904) ersichtliche Charakter der Erregungsverteilungen, aus einer Reihe von Maxima und Minima zu bestehen, trat bei der verbesserten Beobachtungsweise und nach Trennung der drei eben erwähnten Prozesse m , d und u noch viel deutlicher hervor.

7. Betrachtet man die Dauerverteilungen d , so findet man bei jeder Bande sehr wohl ausgeprägte schmale, bei der oft vorhandenen Dreizahl nahe äquidistante Maxima der Erregung, getrennt durch Zwischenräume, welche von Dauererregung relativ frei bleiben. Schwaches Nachleuchten in diesen Zwischenräumen findet man bei sehr hohen erregenden Intensitäten, z. B. bei den sehr starken Quecksilberlinien, und bei sehr langer Belichtung. Es ist auch zu bemerken, daß die d -Maxima meist eine kleine Asymmetrie zeigten, mit steilerem Abfall nach den langen Wellen hin und einen matten schweifartigen Fortsatz nach den kürzeren Wellenlängen hin. Diese Asymmetrie ist, weil quantitativ nicht gut faßbar und auch nicht immer deutlich hervortretend, in der Zeichnung nicht mit berücksichtigt. Die bei den d -Maxima angegebenen Wellenlängen sind durch Einstellung auf die hellste Stelle erhalten.

8. Die Momentanerregung m , ganz anders verteilt als die Dauererregung, besitzt, wie die Tafel zeigt, nirgends so schmale, wohl definierte Maxima wie die d -Erregung; sie erstreckt sich meist über einen großen Teil des Ultraviolett. Es ist daher bei der nicht einfachen Energieverteilung im erregenden Spektrum auch gar nicht möglich, den wahren Ort des m -Maximums, wie er sich in einem Spektrum mit gleicher Energie aller Wellenlängen zeigen würde, ohne weiteres festzustellen, und es ist daher auf die eingezeichneten m -Kurven kein großer quantitativer Wert zu legen. Immerhin ist für jede Bande besonders charakteristisch die Lage der wenn auch verwaschenen Grenzen ihrer m -Erregung nach dem sichtbaren Gebiet hin.

9. Nicht eingetragen sind in die Tafel die Verteilungen der dritten Erregungskomponente, der u -Erregung, welche bereits oben (6) charakterisiert wurde. Es würden sich bei allen Banden Kurven ergeben, welche, mit hoher Ordinate am linken Rande bei $\lambda = 200$ beginnend, ohne merkliche Maxima und Minima allmählich nach rechts hin zu Null abfallen. Nur die Lage dieser verwaschenen langwelligen Grenze der u -Erregung schien bei den einzelnen Banden verschieden. Um Beispiele anzugeben, variierte diese Grenze von etwa 300—400 $\mu\mu$; über 400 hinaus war die u -Erregung nirgends verfolgbare. Es ist auch zu bemerken, daß die u -Erregung, deren Dauer, wie angegeben, ganz allgemein nach den langen Wellen hin wächst, dort in die d -Erregung überzugehen scheint. Denn die Dauer der d -Maxima scheint ebenfalls allgemein mit der erregenden Wellenlänge zu wachsen, so daß die Maxima d_3 oft nur wenig größere Dauer zeigten als die zur selben Wellenlänge gehörige u -Erregung. Auch bei Betrachtung der Temperatureinflüsse (vgl. weiter unten) werden wir finden, daß die d - und u -Erregung weit näher miteinander verwandt sind, als beide mit der m -Erregung.

10. Vergleicht man die gegenwärtige Tafel der Erregungsverteilungen mit den früher gegebenen (1904), so findet man die Hauptzüge der letzteren bestätigt, wenn man berücksichtigt, daß früher die Summe der drei hier getrennten Erregungen gegeben ist, und daß, wie alsbald hervorzuheben, die relativen Intensitäten jeder dieser drei Komponenten, ja auch die der einzelnen d -Maxima in weiten Grenzen, je nach der Präparation des Phosphors, variieren können. Die frühere Tafel behält noch immer ihr spezielles Interesse für die dort bezeichneten bestimmten Phosphore, wenn auch die Lagen der Maxima mit den damals benutzten Mitteln weniger genau feststellbar waren.

11. Es sind in der gegenwärtigen Tafel auch die Lagen der Emissionsbanden selbst (schraffiert) eingetragen (vgl. hierüber 30). Man sieht, daß die Stokessche Regel nirgends verletzt erscheint (wie bereits 1904, p. 480 konstatiert). Diejenige Bande der Tafel, welche am meisten in ihre eigene Erregungsverteilung eingreift, ist $\text{CaBi}\alpha$, aber auch hier ist das Maximum der Bande langwelliger als das Erregungs-

maximum, und die Bande selbst endet auch bei längeren Wellen als ihre Erregungsverteilung d_1 . Das Ineinandergreifen erklärt sich ohne Verletzung der Stokesschen Regel nach unserer Auffassungsweise der Banden¹⁾ als einer Übereinanderlagerung von Spektrallinien, deren Lage wechselt, und zwar erstens von Zentrum zu Zentrum des Phosphors — also räumlich nebeneinander im Phosphor —, zweitens aber auch zeitlich nacheinander beim selben Zentrum. Man hat es nämlich nach unserer Auffassung bei den Phosphoren mit Zentren zu tun, welche sowohl räumlich nebeneinander als auch — durch die Wärmebewegung — zeitlich nacheinander in wechselnder Konfiguration zu den Nachbarmolekülen sich befinden und also von seiten derselben wechselnde Verstimmungen ihrer Eigenschwingungsdauern erleiden.²⁾

Die Intensitäten der einzelnen d-Maxima, sowie die von m und u unabhängig voneinander variabel. — 12. Dieses für die Vorstellungen von den Emissionszentren der Banden wichtige Resultat konnte sich nur bei Untersuchung einer großen Zahl von Phosphoren ergeben, welche sämtlich auf ein und dieselbe Bande hin (also mit geeigneten Zusätzen und geeigneter Metallmenge, vgl. 1904) präpariert sind. Man findet dann, daß je nach den speziellen Verhältnissen der Präparation, wobei Glühdauer und Glühtemperatur eine Hauptrolle spielen, einmal z. B. nur eines der *d*-Maxima der betreffenden Bande für sich allein vorhanden sein kann, ohne die anderen und ohne *m*, bei einer anderen Probe aber z. B. *m* für sich allein ohne alle *d*-Maxima.³⁾ Solche extreme Fälle, welche am besten

1) P. Lenard, H. Kamerlingh-Onnes u. W. E. Pauli, l. c.

2) Auf die Kräfte der Nachbaratome als Ursache der („primären“) Verbreiterung (Verwachsung, Hofbildung) von Spektrallinien bin ich bereits früher eingegangen (Ann. d. Phys. 17. p. 232. 1905) auf Grund der sehr frühen Untersuchungen von Hrn. Gouy (1879).

3) In den früheren Beobachtungen (1904, p. 279), welche sich überwiegend auf eine bestimmte erregende Wellenlänge bezogen (das Filterultraviolett), kam dieses Resultat in der Form zum Vorschein, daß „Bandendauer und Bandenintensität unabhängig voneinander variabel sind“. So wird z. B. im obigen ersten Falle große Dauer bei möglicherweise geringer Intensität vorhanden sein, im zweiten Falle die Dauer Null bei eventuell großer Intensität.

den Inhalt der vorangestellten Behauptung illustrieren, wurden bei mehreren Banden hervorgebracht, überall dort, wo viele Proben von der gleichen Bande, mit sehr verschiedenen Glühdauern und Glühtemperaturen hergestellt, vorlagen.

Folgendes sind Beispiele, welche auch sonst Interesse bieten (13—19).

13. Unter zwölf SrZnFl -Phosphoren, sämtlich nur durch die Glühtemperatur, Glühdauer und die Metallmenge unterschieden (welche zwischen 0,00001 und 0,1 variierte¹⁾) und sämtlich stark die $\text{SrZn}\alpha$ -Bande zeigend, war das vorzugsweise im Spektrum des Nernstschen Fadens untersuchte Intensitätsverhältnis von $d_1 : d_2$ sehr verschieden. Die Intensität von d_2 war zwar immer größer als die von d_1 , jedoch fehlte bei 0,1 Zn d_1 vollständig; am stärksten war d_1 vorhanden bei der Zn-Menge 0,0001. Dieses ist in der Tat auch die Größenordnung jener Zn-Menge (0,00017), welche wir früher (1904, p. 661) als die beste angaben, als wir die Güte eines Phosphors nach Exposition bei Tageslicht beurteilten, wo hauptsächlich d_1 , nicht das weiter im Ultraviolett liegende d_2 in Betracht kommen mußte.

14. Es wurde schnelleres Anklingen der d -Maxima beobachtet bei großem Zn-Gehalt, was offenbar mit der größeren Zahl der dann vorhandenen Zentren zusammenhängt.

15. Die Intensität von m zeigte keinen Zusammenhang mit der Zn-Menge, sondern mit Glühtemperatur und Glühdauer. Eine sehr kurz (nur eine Minute) und ohne Ofen nur bei kleiner Flamme geglühte Probe zeigte sehr hell m , aber gar nichts von den d ; eine lang und stark geglühte Probe hatte d_1 und besonders d_2 in großer Stärke, aber fast ganz ohne m .

Bei großen Metallmengen scheint immerhin längeres und stärkeres Glühen nötig, um m verschwinden und die d voll erscheinen zu lassen. So zeigte von zwei Proben gleich ge-

1) Hr. Werner hat darauf hingewiesen, daß Zn in so großer Menge wie 0,1 noch wirksam bleibt (A. Werner u. H. Gohdes, l. c.), was offenbar mit der Farblosigkeit, also Unschädlichkeit, des etwa aus Überschuß sich bildenden ZnS zusammenhängt. Die Mengenangaben beziehen sich, wie stets, auf 1 g vorpräpariertes Sulfid.

glühter BaCu-Phosphore mit $K_2SO_4 + CaFl_2$ als Zusatz die eine mit wenig Cu nur wenig αm , das übrige (nämlich αd_1 , d_2 und u) aber stark, die andere mit viel Cu sehr starkes αm neben starkem αd_1 und αu , aber ohne αd_2 .

16. Zusatz ist, wie für d so auch für starkes Erscheinen von m erforderlich; ein ohne Zusatz präparierter SrZn-Phosphor zeigte von d und m nur Spuren.

17. Die Lagen der d und von m waren bei allen Metallgehalten die gleichen.

18. Unter den elf untersuchten SrCu-Phosphoren mit verschiedenen Zusätzen, welche sämtlich αm mehr oder weniger stark zeigten, fand sich nur einer (mit $K_2B_6O_{10}$ als Zusatz und 15 Min. Glühdauer), welcher αm sehr stark, αu stark, von den drei αd -Maxima aber nur eine Spur von d_1 zeigte (außerdem βm und βd_1); ein anderer mit dem gleichen Zusatz, nur viel kürzer geglüht, hatte neben starkem αm und αu auch αd_3 (und etwas βm). Zwei Proben mit so ähnlichen Zusätzen wie $Na_2B_4O_7$ bezüglich $Na_2SO_3 + Na_2B_4O_7$ unterschieden sich dadurch, daß die eine nur αd_1 und αd_3 fast ohne αd_2 (und ohne β) zeigte, die andere αd_2 und αd_3 fast ohne αd_1 .

19. Als ein Beispiel der Unabhängigkeit der u -Erregung sei noch ein CaBiNa-Phosphor genannt, welcher stark d_1 und d_2 in der violetten Farbe der α -Bande, u aber nur in der grünen Farbe der β -Bande zeigte.

20. Da somit eine allgemeine Angabe für die relativen Intensitäten der einzelnen Maxima der Erregungsverteilung einer Bande ohne Belang wäre, sind in der Tafel sämtliche Maxima von gleicher Höhe gezeichnet.

21. Für die Emissionszentren ergibt sich aus dem Gefundenen die Vorstellung, daß es zu jeder Bande mehrere Sorten von Zentren geben muß, welche zwar übereinstimmen in der Schwingungsdauer ihrer Emission, sich aber unterscheiden durch Verschiedenheit derjenigen ihrer Eigenschwingungsdauern, durch welche sie erregt werden. Man muß dem m -Prozeß, sowie jedem der d -Maxima solche verschiedene Zentrensorten zuschreiben (vgl. weiter 54—56).

II. Zinksulfid.

22. Schon früher haben wir das phosphoreszenzfähige Zinksulfid als einen Erdalkaliphosphor betrachtet, in welchem das Erdalkalimetall durch Zink ersetzt ist und das wirksame Metall ebenfalls Zink ist (1004, p. 648). Diese Auffassung paßt für reines, von fremden Metallen freies, und doch eventuell phosphoreszenzfähiges Zinksulfid. Seither habe ich erfahren¹⁾, daß von der „Braunschweiger Chininfabrik“ Zinksulfidpräparate mit Kupfer und Mangangehalt hergestellt werden, welche demnach den Erdalkaliphosphoren in Zusammensetzung völlig analog sind. Ich habe diese Zinkphosphore und auch einige Zinksulfidpräparate anderen Ursprunges untersucht und gefunden, daß sie in der Hauptsache drei Banden zeigen, deren jede ihr Analogon bei den Erdalkaliphosphoren findet. Wo Kupfergehalt von der Fabrik angegeben ist, zeigen sich zwei Banden, welche analog sind den Kupferbanden α und γ der Erdalkaliphosphore, und wo Mangangehalt angegeben ist, eine Bande, die analog der Mn α -Bande der Erdalkaliphosphore ist. Diese Übereinstimmungen lassen es gerechtfertigt erscheinen, die betreffenden Präparate tatsächlich als ZnCu- bzw. ZnMn-Phosphore zu betrachten und die Eigenschaften ihrer Banden, soweit meine Untersuchung geht, hier mitzuteilen (23—25). Man findet diese Banden sowohl in der Tafel als auch in der weiter unten folgenden Zahlentabelle eingetragen, woselbst die quantitative Seite jener Analogien zum Ausdruck kommt.

ZnCu α . — 23. Diese grüne Bande, deren Lage und Erregungsverteilung aus der Tafel ersichtlich ist, hat Dauerzustand bei gewöhnlicher Temperatur, kommt aber bereits bei $+100^{\circ}$ in den oberen Momentanzustand. Diese niedere Lage des Dauerbereiches setzt die Zinkphosphore den Bariumphosphoren an die Seite (bei Sr und Ca sind die Dauerbereiche analoger Banden höher in der Temperatur), was sich auch sonst besonders in den Analogien der Erregungsverteilungen (vgl. 35 u. ff.) bestätigt. Die Bande ist außerordentlich empfindlich gegen Ultrarot, welches bekanntlich (1905, p. 15) gleich einer Temperaturerhöhung des ganzen Phosphors wirkt; es ist

1) Aus A. Regener, Berliner Sitzungsber. 1909.

dies die Bande, welche durch Ultrarot so schnell ausgelöscht wird, daß das übrigens auch bei ihr vorgehende Aufleuchten (vgl. 1909, p. 15) leicht übersehen werden kann. Die rapide Auslöschung durch Ultrarot scheint demnach ein gutes Kennzeichen für einen Zinkkupfer-Phosphor mit der α -Bande allein zu sein. Nur bei $\text{SrPb}\alpha$ ist mir annähernd, aber durchaus nicht ganz so schnelle Auslöschung durch Ultrarot bekannt. Durch Erregungsverteilung und Temperatureigenschaften ist $\text{ZnCu}\alpha$ analog $\text{CaCu}\alpha$, $\text{SrCu}\alpha$ und $\text{BaCu}\alpha$, daher eben auch die Bezeichnung α für diese Bande gewählt wurde (vgl. die Tabelle der Bandenanalogen weiter unten).

$\text{ZnCu}\gamma$. — 24. Diese gelbe Bande zeigte sich rein oder fast rein¹⁾ bei einem Präparat, für welches Kupfergehalt und wahrscheinlicher Zinkoxydgehalt von der Fabrik angegeben war, welch letztere Angabe stärkere oder längere Erhitzung bei der Präparation vermuten läßt. Hierin läge bereits eine — weiter sich bestätigende — Analogie mit den γ -Banden der Erdalkali-Cu-Phosphore (von welchen $\text{CaCu}\gamma$ am besten untersucht ist), welche Banden in der Tat durch langes und starkes Glühen sich entwickeln und ebenfalls mehr gegen das rote Ende des Spektrums liegen als die betreffenden α -Banden. Auch die Erregungsverteilung von $\text{ZnCu}\gamma$ fügt sich vollkommen in diese Analogie (vgl. 37, Tabelle der Bandenanalogen) und ebenso auch ihre Temperatureigenschaften. $\text{ZnCu}\gamma$ hat nämlich Dauerzustand bis weit über 100° hinauf und leuchtet dementsprechend beim Erhitzen des erregten Phosphors weit stärker und länger auf als α . Sie ist demnach als die Hitzebande der Zn-Cu-Phosphore zu bezeichnen, wie γ auch bei den Erdalkali-Cu-Phosphoren Hitzebande ist. Hiermit hängt es zusammen, daß sie durch Ultrarot unter sehr leicht bemerklichem Aufleuchten und viel langsamer ausgelöscht wird als $\text{ZnCu}\alpha$.

1) Die Banden der mir zur Verfügung stehenden Zinkphosphore erscheinen breiter als bei reinen, d. h. nur ein wirksames Metall enthaltenden und auf nur eine Bande hin präparierten Erdalkaliphosphoren. Ob dies auf nicht völlige chemische Reinheit der Zinkpräparate oder auf die bereits ursprünglich vermutete Mitwirkung des Zinks als wirksamen Metalles zurückzuführen ist, bleibt noch dahingestellt. Ein von der Fabrik als „Zwischenprodukt“ bezeichneter Zinkkupfer-Phosphor verhielt sich wie einer, der die Banden $\text{ZnCu}\alpha$ und $\text{ZnCu}\gamma$ gleichzeitig besitzt.

ZnMn α . — 25. Diese, etwa Lachsfarbe ergebende, mit dem Maximum nahe bei *D* gelegene Bande (vgl. die Tafel) verhält sich analog *CaMn α* und *SrMn α* . Sie geht beim Erhitzen eher in den oberen Momentanzustand als die α -Bande des Cu im gleichen Sulfid (vgl. *CaMn α* und *CaCu α* 1904, Tabb. III); ihre Erregungsverteilung ist völlig analog der von *CaMn α* und *SrMn α* . Durch Ultrarot wird sie, wie auch *CaMn α* , sehr langsam unter vorhergehendem lang dauernden Aufleuchten ausgelöscht.

III. Analogien verschiedener Banden.

Verschieblichkeit der Banden; Reduktion der Anzahl der Banden. — 26. Bereits früher (1904, p. 259, Tab. IIc) wurde an einer bestimmten Bande (*CaMn α*) die Beobachtung gemacht und ausführlich erörtert, daß ihre Lage im Spektrum, schon nach der Gesamtfarbe geurteilt, ein wenig variabel sein müsse. Die gegenwärtige Untersuchung hat mehr derlei Fälle zutage gefördert, so daß die Behauptung, daß eine und dieselbe Phosphoreszenzbande etwas verschiedene Farben und spektrale Lagen annehmen könne, jetzt als allgemein gültig hingestellt werden muß. Manchmal handelt es sich dabei um ganz geringe, bei der Dispersion, welche Banden vertragen, nur schwer spektroskopisch merkbare Veränderungen der maximal emittierten Wellenlänge; in solchen Fällen ist oft die Gesamtfarbennuance der Emission das beste Kriterium. In anderen Fällen aber kommen Verschiebungen bis zu 20 $\mu\mu$ vor, und es ist dann die Frage, ob man es bei solcher Verschiedenheit der spektralen Lage immer noch mit ein und derselben Phosphoreszenzbande zu tun habe, oder aber mit zwei verschiedenen, benachbarten Banden. Diese Frage beantworten wir auch jetzt noch nach derselben Definition, welche wir früher für eine Phosphoreszenzbande gegeben hatten (1904, p. 247), wonach sie „ein Komplex emittierter Wellenlängen ist, welcher gemeinsame Eigenschaften besitzt in bezug auf Temperatur, Erregbarkeit durch bestimmte Lichtwellenlängen und Schnelligkeit des An- und Abklingens, sowie auch in bezug auf das Erscheinen oder Nichterscheinen mit gewissen Zusätzen.“ Unter diesen Eigenschaften wurde jetzt die Erregungsverteilung besonders ins Auge gefaßt, so daß wir eine Bande auch nach

spektraler Wanderung noch immer als identisch dieselbe ansehen, wenn sie noch dieselbe Erregungsverteilung besitzt. Folgendes sind Beispiele hierfür (27—29):

27. Die verschiedenen in Tab. I h, Nr. 1—5 (1904) angegebenen SrPbNa -Phosphore leuchten in den verschiedenen Nuancen zwischen gelbgrün und lichtgelb (fahlgelb). Trotzdem ist es nur dieselbe α -Bande, welcher diese etwas verschiedenen Farben zugehören. Denn vergleicht man zwei solche Phosphore auf Erregungsverteilung, so sieht man beide Male das charakteristische Maximum $\text{SrPb } \alpha d_1$ (vgl. die Tafel) bei ganz oder sehr nahe derselben Wellenlänge nachleuchten, aber in den angegebenen verschiedenen Farbtönen.¹⁾

28. Ähnliches zeigte sich bei zwei Proben von SrMnNa mit gelblich-grünem bezüglich grüngelben Nachleuchten (vgl. die Tab. I b, 1904). Wir hatten früher hier zwei Banden unterschieden, α und β_2 ; da sich nun aber zeigte, daß sie ganz oder sehr nahe dasselbe Erregungsmaximum d_2 besitzen, fassen wir jetzt diese beiden Banden in die eine α zusammen.

29. Als drittes Beispiel sei BaCu genannt. Es kommt hier rotes und auch gelbes Nachleuchten vor, z. B. bei den Zusätzen $\text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CaF}_2$ bzw. KCl . Vergleicht man diese beiden Proben direkt nebeneinander in spektraler Belichtung, so sieht man bei beiden dasselbe Maximum $\text{BaCu } \alpha d_1$ (vgl. die Tafel) nachleuchten, nur bei der einen Probe rot, bei der anderen gelb. Die beiden Banden α_1 (rot) und α_2 (gelb), welche wir früher unterschieden hatten, sind deshalb jetzt in die eine α zusammengefaßt. Besonders interessant ist es, in diesem Falle zu bemerken, daß die α -Bande nicht nur von Zusatz zu Zusatz, sondern auch mit der Temperatur ihre Lage wechselt; sie geht in der Kälte von rot nach gelb, wie dies

1) Da auch die Erregungsverteilungen von der Dielektrizitätskonstante abhängen (vgl. weiter unten), ist es so gut wie unzweifelhaft, daß auch in den Lagen der Erregungsmaxima von Probe zu Probe kleine Unterschiede vorkommen müssen. Was hier hervorgehoben werden sollte ist, daß eben bei den Emissionsbanden viel größere Unterschiede dieser Art vorkommen als bei den Erregungsmaxima. Verschiebungen von Emissionsbanden sind in der Tat bei den Fluoreszenzen der Uranylsalze bereits von H. und J. Becquerel und H. Kammerlingh-Onnes beobachtet und studiert worden (l. c.).

bereits unsere älteren Beobachtungen zeigen (vgl. die Tafel der Phosphoreszenzspektren von 1904, Spektren Nr. 12, 13, 14).

30. Während wir also früher (1904) in dem Bestreben, sämtliche Banden der Erdalkaliphosphore zunächst möglichst vollzählig aufzusuchen, alle gefundenen Banden, deren Identität nicht erwiesen war, als vorläufig verschieden registrierten und bezeichneten (wobei indessen beim Verdacht der Identität bereits damals die Banden nur durch Indizes unterschieden wurden, z. B. α_1, α_2), tritt nach der jetzt gewonnenen Einsicht eine der Übersicht sehr förderliche Reduktion in der Bandenzahl ein. Man ersieht aus dem rechten Rande der Tafel, welche der früher als verschieden angegebenen und in den Tabellen von 1904 verzeichneten Banden gegenwärtig aus dem angegebenen Grunde jetzt in eine zusammengefaßt wurden. Festzuhalten ist dabei, daß die in der Tafel gezeichneten und auch in die Tabelle (35) eingetragenen Lagen der Bandenmaxima mittlere sind und je nach Umständen die oben angegebenen Verschiebungen erleiden können. Auch soll die in der Tafel gezeichnete Breite der Banden nur die ungefähre, mittlere Breite derselben zum Vergleich mit der Breite der *d*-Maxima angeben.¹⁾

31. Das Vorhandensein solcher Bandenverschiebungen ist eine Tatsache, von welcher nur das Gegenteil verwunderlich wäre. Denn es ist beim Vergleich analoger Banden in verschiedenen Phosphoren bereits gezeigt worden (1909, p. 21), daß die spektrale Lage der Banden von der Dielektrizitätskonstante des Phosphors (d. i. hauptsächlich seines inaktiven Füllmaterials, vgl. 1904, p. 671) abhängt. Die Bandenlage muß also auch alle Schwankungen mitmachen, welche diese Konstante durch Abänderung der Beschaffenheit dieses Materials erleidet, wie durch Qualität und Quantität der Zusätze, durch Schwefelverlust bei längerem Glühen, durch Dichteänderungen, Temperaturänderungen.

Wir werden außerdem aber auch finden (vgl. w. u. 34, 36),

1) Über Breite, Symmetrie oder Asymmetrie solcher Banden können nur besondere quantitative Untersuchungen entscheiden, welche einerseits für den gegenwärtigen Zweck nicht nötig waren, andererseits in erster Annäherung bereits 1904 ausgeführt und dort in einer Tafel dargestellt wurden.

daß die Lage der Banden nicht nur — wie die Lage der Erregungsverteilungen — von der Dielektrizitätskonstante des ganzen Phosphormaterials abhängt, sondern daß die Bandenlage — im Gegensatz zur Lage der Erregungsverteilungen — außerdem von der speziellen Umgebung der Zentren im Phosphor in hohem Grade beeinflußt wird. Dieses letztere ist auch in Übereinstimmung damit, daß die Banden sämtlich sehr viel breiter, verwaschener sind als die *d*-Maxima der Erregungen (vgl. die Tafel); denn in unserer Auffassung sind die Banden (und Erregungsmaxima) das Resultat der Übereinanderlagerung von schmalen Spektrallinien wechselnder Lage, hervorgebracht durch die wechselnden Schwingungsdauerverstimmungen, welche sich räumlich nebeneinander von Zentrum zu Zentrum im Phosphor und auch zeitlich nacheinander beim selben Zentrum infolge des Einflusses der nächsten Umgebung der Zentren finden. Die große Breite der Banden — im Vergleich zu der der *d*-Maxima — wäre also nach dem größeren speziellen Einfluß der nächsten Umgebung ebenfalls von vornherein zu erwarten gewesen.

Quantitative Beziehung verschiedener Banden zueinander; Einführung der Dielektrizitätskonstante. — Es wurden bereits früher (1904, p. 633) ausführlich die Analogien behandelt, welche einerseits Banden verschiedener Metalle (z. B. Cu und Zn, Pb und Ag) im selben Sulfid (z. B. SrS) zeigen, andererseits aber auch (die eben mit Rücksicht auf diese Analogien bereits gleichbenannten) Banden desselben Metalles (z. B. des Cu) in den drei Erdalkaliphosphoren, und, wie wir jetzt hinzufügen, auch im Zinksulfid.

32. Diese Analogien treten jetzt noch viel schärfer hervor, sowohl in ihrer Gültigkeit als auch in ihrer — völlig an die chemischen Analogien der Metalle erinnernden — Unbestimmtheit. Die Gültigkeit der Analogien werden wir besonders bei der Betrachtung der Erregungsverteilungen der betreffenden Banden auch quantitativ bewährt finden¹⁾; die Unbestimmtheit zeigt sich bestehend, wenn man z. B. die spektralen Lagen der Banden selber in Vergleich zieht. Der Fortschritt unserer

1) Das stärkere Hervortreten der Analogien in den Erregungsverteilungen wurde bereits früher hervorgehoben (1904, p. 637).

jetzigen Betrachtung gegen früher liegt darin, daß wir 1. die Bandenzahl reduzieren konnten (vgl. 26—30) und 2. daß wir durch Zuhilfenahme der Dielektrizitätskonstanten der Phosphore quantitative Beziehungen einführen (wie in einem ersten Beispiel bereits 1909, p. 22).

33. Da sowohl die Banden als auch die Erregungsmaxima Eigenschwingungsdauern der Zentren darstellen, müssen diese Eigenschwingungsdauern durch die Dielektrizitätskonstante ihrer Umgebung beeinflußt werden. Hieraus folgt schon, daß sowohl die Banden selber, als auch die Erregungsverteilungen beim Übergang von CaS zu SrS, BaS und ZnS regelmäßige spektrale Verschiebungen erleiden müssen derart, daß bei wachsender Dielektrizitätskonstante des Sulfids eine Verschiebung nach dem Rot hin eintritt. Eben dies haben wir bei der Cu α -Bande in den drei Erdalkalisulfiden bereits quantitativ bestätigt gefunden (1909, p. 22).

34. Eine Betrachtung der Tafel zeigt in dieser Beziehung jetzt weit allgemeiner das Folgende:

Vergleicht man CaPb α , SrPb α , BaPb α miteinander, oder ebenso CaPb β , SrPb β , BaPb β miteinander, so findet man die sukzessive Verschiebung nach dem Rot aufs deutlichste bestätigt und zwar sowohl in der Lage der Erregungsverteilungen d und auch m , als auch in der Lage der Banden selber. Ganz ebenso bei Bi α in Ca, Sr, Ba.

Wenden wir uns zu den Cu-Banden, so findet man die Regelmäßigkeit der Verschiebung bei den Erregungsverteilungen ebenfalls bestehen (kleine Abweichungen zeigen sich nur dort, wo die Lagen der Maxima durch die Bemerkung „zirka“ oder durch Punktierung als weniger sicher festgestellt bezeichnet sind). Besonders bemerkenswert ist die starke Verschiebung nach dem Rot, welche die Erregungsverteilungen beim Übergang von SrS oder BaS zu ZnS zeigen. Man vergleiche in dieser Hinsicht BaCu α und ZnCu α sowie SrMn α und ZnMn α . Man wird dabei bemerken, daß wir die als analog aufgefaßten Erregungsmaxima d mit gleichen Indizes bezeichnet haben. Dabei war auch die Lage der m -Maxima mit maßgebend, welche z. B. bei Mn α sowie auch bei Cu α überall rechts von d_2 sich findet. In manchen Fällen (bei ZnCu α) erscheint m oder auch (z. B. bei ZnCu α , ZnMn α) d_1 überhaupt nicht, was mit

Rücksicht auf die sogleich zu betrachtenden Lagen der betreffenden Banden als Folge der Stokesschen Regel aufgefaßt werden kann.

Die Lage der Banden betreffend fällt $\text{Cu}\alpha$ und $\text{Cu}\gamma$ in ZnS aus der Regelmäßigkeit heraus; die Banden sind in der entgegengesetzten Richtung verschoben; ebenso $\text{Mn}\alpha$ beim Übergang von Ca zu Sr .¹⁾ Es zeigt sich hier, was wir bereits oben (31) bemerkten, daß die Schwingungsdauern der Emissionen (der Banden) mehr von der speziellen Umgebung der Metallatome beeinflußt sind als die der Erregung (d und m), für welche letztere in erster Annäherung nur die Dielektrizitätskonstante des ganzen Phosphors in Betracht kommt. Eben diese Verhältnisse werden wir quantitativ alsbald in der Zahlentabelle betrachten (36, 37).

Die Analogien der Banden verschiedener Metalle im selben Sulfid betreffend vergleiche man in der Tafel die Erregungsverteilungen von $\text{SrZn}\alpha$ und $\text{SrCu}\alpha$ sowie SrAg - und $\text{SrPb}\alpha$ und β . Man wird finden, daß Zn dem Cu , Ag dem Pb hier so auffallend ähnlich ist, wie diese Metalle auch in chemischer Beziehung einander ähnlich sind (vgl. auch 39). Dies zeigt eine Beteiligung der Valenzelektronen der Metallatome bei der Hervorbringung der einzelnen Banden an.

Bandenanalogen.

Cu und Zn .

Banden	Wellenlängen							
	der Banden		der Erregungsmaxima					
	λ	λ_0	d_1		d_2		d_3	
	λ	λ_0	λ	λ_0	λ	λ_0	λ	λ_0
α								
$\text{CaCu}\alpha$	515	181	416	146	349	123	ca. 275	ca. 97
$\text{SrCu}\alpha$	535	181	430	145	360	122	„ 300	„ 101
$\text{BaCu}\alpha$	600	186	441	137	ca. 353	ca. 110	(285)	(89)
$\text{ZnCu}\alpha$	515	142			„ 435	„ 120	(360)	(99)
$\text{SrZn}\alpha$	550	186	430	145	360	122	„ 297	„ 100
Mittelwerte der $\lambda_0 \alpha d$:				143		122		ca. 99

1) Letzterer Fall wurde bereits früher hervorgehoben (1904, p. 637).

Banden	Wellenlängen der Erregungsmaxima							
	der Banden		d_1		d_2		d_3	
	λ	λ_0	λ	λ_0	λ	λ_0	λ	λ_0
β								
CaCu β	425	150			ca. 318	ca. 112	ca. 260	ca. 92
SrCu β	455	154	400	135	„ 328	„ 111		
BaCu β	585	166			„ 370	„ 115		
SrZn β	420	142						
Mittelwerte der $\lambda_0 \beta d$:				135		113		ca. 92
γ								
CaCu γ	620	218	ca. 480	151	(365)	(129)	(285)	(100)
ZnCu γ	560	155			ca. 471	ca. 130	(383)	(106)
Mittelwerte der $\lambda_0 \gamma d$:				151		ca. 130		ca. 103
δ								
SrZn δ	495	167	ca. 440	ca. 149	ca. 350	ca. 118		
Pb und Ag.								
α								
CaPb α	540	190	351	124	ca. 290	ca. 102		
SrPb α	550	186	358	121	„ 298	„ 101		
BaPb α	580	180	377	117	„ 332	„ 103		
SrAg α	570	192	362	122	„ 320	„ 108		
Mittelwerte der $\lambda_0 \alpha d$:				121		104		
β								
CaPb β	420	148	351	123	ca. 280	ca. 99		
SrPb β	450	152	ca. 364	ca. 123	(290)	(98)		
BaPb β	550	171	381	118	„ 325	„ 101		
SrAg β	420	142	„ 357	„ 121	„ 280	„ 95		
Mittelwerte der $\lambda_0 \beta d$:				121		98		
Mn.								
α								
CaMn α	600	211	419	148	349	123	ca. 270	ca. 95
SrMn α	555	188	431	146	357	121	„ 290	„ 98
ZnMn α	580	160			ca. 438	ca. 121	(360)	(99)
Mittelwerte der $\lambda_0 \alpha d$:				147		122		97

Bi.

Banden	Wellenlängen der Erregungsmaxima							
	der Banden							
	λ	λ_0	d_1		d_2		d_3	
	λ	λ_0	λ	λ_0	λ	λ_0	λ	λ_0
α								
CaBi α	445	157	418	147	ca. 320	ca. 118		
SrBi α	470	159	436	147	„ 380	„ 111		
BaBi α	540	168	463	144	„ 360	„ 112		
Mittelwerte der $\lambda_0 \alpha d$:				146		112		
β								
CaBi β	520	183	(Bezeichnung von 1904: β)					
SrBi β	550	186	(„	„	„ : β und α_1, α_2)		
BaBi β	600	186	(„	„	„ : α_4)		

35. Die quantitative Fassung der Analogien kommt in vorstehender Tabelle zum Ausdruck.

Dividiert man die Wellenlänge λ der Banden oder der d -Maxima durch die Quadratwurzel aus der Dielektrizitätskonstante des Phosphors, so gibt der Quotient, welchen wir mit λ_0 bezeichnen, diejenige Wellenlänge an, welche bei der Dielektrizitätskonstante 1 gelten würde, also gewissermaßen die bei Versetzung des Zentrums in den freien Äther sich ergebende Wellenlänge. Wir nennen deshalb λ_0 auch die absolute Wellenlänge. Eben diese absoluten Wellenlängen λ_0 zeigt die Tabelle in Übersicht.¹⁾ Analoge Banden sind untereinander gestellt.

36. Vergleicht man die λ_0 der analogen Banden (dritte Kolumne), so findet man nur mangelhafte Übereinstimmung der Zahlen. Dies ist es, was wir bereits an der Hand der Zeichnung oben (34) erörterten und dahin deuteten, daß die Eigenschwingungsdauern der Emission mehr durch die allernächste Umgebung der Metallatome beeinflusst werden, als daß die mittlere Dielektrizitätskonstante des ganzen Phosphors maßgebend für sie sein könnte.

1) Einklammerung von Zahlen der Tabelle entspricht Punktierung (Unsicherheit) der betreffenden Maxima in der Tafel.

37. Vergleicht man aber die λ_0 der d -Maxima analoger Banden (5., 7., 9. Kolumne), so findet man Übereinstimmung der Zahlen, soweit nur deren Genauigkeit geht. Deshalb sind auch die betreffenden λ_0 zu Mittelwerten vereinigt, und man sieht, daß die Eigenschwingungsdauern die Erregung überall ganz nach der Dielektrizitätskonstante sich richten.

38. Dieses verschiedene Verhalten der Eigenschwingungsdauern der Erregung einerseits und der Emission andererseits veranlaßt uns (57, 59) gesonderte „lichtelektrische Elektronen“ und „Emissionselektronen“ im Metallatom anzunehmen.¹⁾

39. Die bereits oben (34) hervorgehobenen Analogien zwischen Zn und Cu einerseits, Ag und Pb andererseits gehen, wie die Tabelle zeigt, so weit, daß für diese Metallpaare λ_0 d sich ergeben, deren Unterschiede bei der hier erreichten Genauigkeit ganz unmerklich sind. (Man sehe die vier Banden SrZn α , SrZn β , SrAg α , SrAg β .) Es sind deshalb diese Metallpaare in der Tabelle auch gänzlich vereinigt worden.

40. Einer Bemerkung bedürfen noch die bei der Berechnung der λ_0 benutzten Dielektrizitätskonstanten. Für die Ca-, Sr-, Ba-Phosphore wurden die für den gegenwärtigen Zweck auf meinen Wunsch von Hrn. W. Winawer in einer ausführlichen Arbeit²⁾ mittels elektrischer Wellen an Phosphoren selbst gemessenen Werte benutzt, nämlich 8,08, 8,48, 10,34 respektive.

Bei Zinksulfid zeigte sich, daß der von Hrn. Winawer ermittelte Wert 8,07 viel zu klein ist, um hier zu Übereinstimmungen zu führen. Ich habe angenommen, daß die kristallinische Beschaffenheit der phosphoreszenzfähigen Zinksulfide dies verschuldet, daß nämlich die Dielektrizitätskonstante hier in verschiedenen Richtungen verschiedene Werte hat, von welchen nur der der Schwingungsrichtung der lichtelektrischen Elektronen entsprechende Wert in Betracht kommt, welcher nicht anders als aus dem beobachteten λ selber ermittelt werden kann. Es zeigte sich, daß man bei der Annahme einer Dielektrizitätskonstante = 13,1 zu Werten von λ_0 kommt, welche, wie die Tabelle zeigt, für sämtliche sechs an

1) Hierdurch fällt eine frühere Hypothese, welche auch auf die Stokessche Regel sich erstreckte.

2) B. Winawer, Diss. Heidelberg 1909.

Zinksulfidphosphoren beobachteten *d*-Maxima zu völlig befriedigender Übereinstimmung führen (vgl. $\text{ZnCu } \alpha$, $\text{ZnCu } \gamma$ und $\text{ZnMn } \alpha$ in der Tabelle). Man kann dadurch sowohl den hypothetischen Wert der Dielektrizitätskonstante, als auch die angenommene Zuordnung der Maxima bis auf weiteres als gerechtfertigt ansehen.

IV. Erregungsverteilung und Temperatur.

Temperaturzustände der Banden. — 41. Es ist bekannt (1904, p. 666), daß jede Bande beim Aufsteigen in der Temperaturskala drei Zustände annimmt, welche wir den Kältezustand oder unteren Momentanzustand (UMZ.), den Dauerzustand (DZ.) und den Hitzezustand oder oberen Momentanzustand (OMZ.) genannt haben. Im UMZ. findet nur Aufspeicherung von Erregung, kein Nachleuchten statt, im DZ. Aufspeicherung und Nachleuchten, im OMZ. weder Aufspeicherung noch Nachleuchten. Momentanes Leuchten während der Belichtung ist in allen drei Zuständen vorhanden, nämlich im OMZ. und UMZ. für sich allein, im DZ. neben dem Dauerleuchten.¹⁾

42. Da wir nun fanden (21), daß dem Momentanprozeß und dem Dauerprozeß verschiedene Zentren zuzurechnen sind, ist es die Frage, ob das Leuchten in den beiden MZ. überhaupt mit den Dauerzentren etwas zu tun habe, oder ob nicht vielmehr das momentane Leuchten in allen Zuständen ausschließlich durch die *m*-Zentren bewirkt werde. Die Antwort auf diese Frage fiel im letzteren Sinne aus. Sie wurde gewonnen durch Untersuchung von Erregungsverteilungen bei hohen und tiefen Temperaturen, so daß die betreffenden Banden OMZ. bezüglich UMZ. hatten. Es zeigte sich, daß in der Hitze oder Kälte nicht etwa die *d*-Maxima momentan werden, sondern daß sie völlig verschwinden, während die *m*-Verteilung allein übrig bleibt.

Zu spektraler Belichtung im OMZ. befand sich die Phosphorfläche auf einer elektrischen Heizplatte, welche bis ca. $+150^{\circ}$ zu gehen erlaubte; zur Beobachtung im UMZ. war statt der

1) Vgl. hierüber 1904, p. 668 und die ausführliche, quantitative Untersuchung von A. Werner, l. c.

Heizplatte ein durch flüssige Luft gekühlter Aluminiumblock benutzt und die Phosphorfläche durch einen Mantel aus ultraviolett durchlässigem Glas vor Bereifung geschützt.

Folgendes sind Beispiele, die auch sonst Interesse haben (43—46). Es wurden natürlich Banden gewählt, deren Dauerbereiche nach 1904, Tabb. III günstig lagen.

43. $\text{BaCu}\alpha$ (Zusatz $\text{CaF}_2 + \text{Na}_2\text{SO}_4$); d_1 und d_2 verschwanden völlig bei $+100^\circ$, nur m blieb in unveränderter Verteilung übrig, wurde jedoch in der Hitze gelb, während die d rot blieben, solange sie (unter 100°) noch nicht verschwunden waren. Diese Farbenänderung ist nach dem bereits oben (26—31) gesagten nichts Neues; daß jedoch m und d sich auch in bezug auf solche Farbenänderung der Bande verschieden verhalten, ist eine Bestätigung unserer Annahme, daß m und d gesonderte, voneinander verschiedene Zentren besitzen. In der Kälte verschwanden d_1 und d_2 ebenfalls, m blieb hell, rot. Das Verschwinden von $\text{BaCu}\alpha d$ in der Gegend von -50° ist ein neues Beispiel des Minimums von Nachleuchten, welches die Banden $\text{Cu}\alpha$ und auch $\text{Pb}\alpha$ und $\text{Zn}\alpha$ in dieser Gegend besitzen, wie bereits 1904 (Tabb. IIIh und IIIk und p. 637) hervorgehoben. Diese eigentümlichen Minima werden noch näher zu untersuchen sein.

Auch CaCu , SrCu , CaPb , SrPb wurden mit analogen Resultaten untersucht.

44. Sind neben einer Bande, deren Dauerzustand bei gewöhnlicher Temperatur ist, noch Hitzbanden vorhanden, z. B. $\text{SrZn}\delta$, welche also erst in der Hitze Dauer annehmen, so findet man, daß deren d -Maxima in der Hitze nachleuchten¹⁾, während sie bei gewöhnlicher Temperatur unsichtbar sind; man findet überhaupt die früher über diese Verhältnisse mitgeteilten Beobachtungen (vgl. 1904, p. 473ff.) bestätigt.

45. Die $\text{Bi}\alpha$ -Banden in Ca , Sr , Ba zeigten ebenfalls ganz das Verhalten, welches nach Lage ihrer Dauerbereiche (1904, Tabb. III, wonach die Dauertemperatur beim Übergang von Ca zu Sr zu Ba sinkt) zu erwarten war. So war bei CaBiNa d_1 und d_2 bei $+150^\circ$ nicht zum Verschwinden zu bringen,

1) Die Angaben der Tafel für $\text{SrZn}\delta$ wurden in dieser Weise bei $+100^\circ$ gewonnen. Die andere in der Tafel mit aufgenommene Hitzbande, $\text{CaCu}\gamma$, hat auch bei gewöhnlicher Temperatur schon einige Dauer.

während bei BaBiK bereits $+50^{\circ}$ dazu genügten; bei -100° behielten beide ihre d .

46. Die Intensität von m , welche demnach niemals bei irgend einer Temperatur (unterhalb der bereits 1904 als obere Grenztemperaturen für die verschiedenen Banden bei den Tab. III angegebenen Temperaturen) zum Verschwinden kam, schien in vielen Fällen in der Kälte zu wachsen.

47. Eine sehr bemerkenswerte allgemeine Beobachtung ist es, daß bei allmählicher Temperatursteigerung bis zum Übergang der betreffenden Bande in den OMZ. alle verschiedene d und auch u nahe gleichzeitig zum Verschwinden kamen. Dies zeigt, daß die zugehörigen Zentren gegen Temperatur ein ganz oder nahe übereinstimmendes Verhalten haben, völlig verschieden von dem Temperaturverhalten der m -Zentren, daß also die d_1 -, d_2 -, d_3 - (und u -) Zentren gewisse nahe Verwandtschaft in ihrer Konstitution haben müssen.

48. Hervorgehoben muß werden, daß dem Charakter des UMZ. entsprechend zwischen dem Verschwinden der d in der Hitze und dem in der Kälte ein wesentlicher Unterschied besteht. Während nämlich in der Hitze (OMZ.) überhaupt keine Spur von dauernder Einwirkung des Lichtes an den d -Stellen merklich wird, hat in der Kälte an diesen Stellen, obgleich unsichtbar, Aufspeicherung von Erregung stattgefunden. Erhitzt man nämlich die in der Kälte spektral belichtete Phosphorfläche nachträglich im Dunkeln, so tritt beim Übergang in den DZ. helles Aufleuchten der d -Maxima der betreffenden Bande ein. Beispiele hierfür wurden bereits 1904, p. 473 ff. gegeben; vgl. auch 44 oben.

49. Ein Aufleuchten der m -Verteilung bei nachträglichem Erhitzen oder auch ultraroter Belichtung wurde dagegen niemals beobachtet, auch nicht, wenn in flüssiger Luft (bei -180°) spektral belichtet wurde; m besitzt stets den Charakter des OMZ., der Fluoreszenz, wie bereits früher¹⁾ konstatiert.

Die m -Zentren sind also einer Aufspeicherung von Erregung überhaupt nicht fähig; sie sind reine Fluoreszenzzentren.

50. Fassen wir das Temperaturverhalten der d - (und u -) Zentren zusammen, so ist zu konstatieren, daß sie im UMZ.

1) P. Lenard, H. Kamerlingh-Onnes u. W. E. Pauli, l. c.

(in der Kälte) unsichtbare Aufspeicherung von Erregung aufnehmen, daß sie im DZ. (bei gewisser mittlerer Temperatur) Aufspeicherung sowohl aufnehmen als verausgaben, daß sie dagegen im OMZ. (in der Hitze) überhaupt kein Zeichen ihrer Existenz mehr geben. Man wird danach im OMZ. Zersetzung dieser Zentren annehmen müssen, eine Zersetzung, welche aber bei Abkühlung bis zum Dauerzustand wieder rückgängig wird.

Die *m*-Zentren sind im Gegensatz dazu gegen Wärmebewegung im Phosphor relativ sehr unempfindlich; sie versagen erst bei der noch über dem Bereich des OMZ. gelegenen oberen Grenztemperatur (1904, p. 452).

Verbreiterung und Verschiebung der d-Maxima bei Temperaturerhöhung. — 51. Beachten wir nun die Veränderungen, welche die *d*-Verteilungen innerhalb des Dauerbereiches bei Temperaturänderung erleiden, so ist zu bemerken: Erstens, daß gegen die obere und untere Grenze dieses Bereiches bedeutende Intensitätsabnahme der *d*-Maxima stattfindet, so daß das Verschwinden der Maxima im OMZ. und UMZ. ein ganz allmähliches ist; dies entspricht den stets hervorgehobenen ganz allmählichen Übergängen der drei Temperaturzustände ineinander.

52. Zweitens bemerkt man in der Hitze eine Verbreiterung der *d*-Maxima, dies entspricht ganz den gleichen, schon früher (1904, p. 455) bei den Banden gemachten Beobachtungen und bestätigt unsere Auffassung, daß die Breite der Erregungsmaxima sowie die der Banden nur das Resultat der räumlich nebeneinander von Zentrum zu Zentrum und zeitlich nacheinander beim selben Zentrum verschiedenen Störungen ist, welche die Schwingungsdauern durch die wechselnde Konfiguration zur Nachbarschaft erleiden. In der Kälte werden die zeitlichen Wechsel der Konfiguration mit abnehmender Wärmebewegung geringer, daher die Maxima und Banden schmaler. Im festen Wasserstoff, bei -260°C. , haben wir sehr schmale Banden beobachtet; Linien wurden sie aber nicht, da noch die räumlichen Verschiedenheiten von Zentrum zu Zentrum übrig bleiben.¹⁾

1) Nur wenn sämtliche Zentren des Phosphors gleich zur Umgebung gelagert sind, wie in kristallisierten Körpern, können die Banden in

53. Drittens beobachtet man eine geringe Verschiebung der d -Maxima, welche den früheren unter weniger günstigen Verhältnissen ausgeführten Messungen entgangen war. Die Verschiebung geht bei Temperaturerhöhung in der Richtung nach den längeren Wellen. Bei drei Banden wurden hierüber Messungen ausgeführt; es ergab sich

bei $\text{SrPb } \alpha d_1$ eine Verschiebung von 5μ bei Temp.-Änderung von $+ 17^\circ$ bis $+100^\circ$,

bei $\text{CaBi } \alpha d_1$ eine Verschiebung von 5μ bei Temp.-Änderung von -100° bis $+17^\circ$,

bei $\text{BaBi } \alpha d_1$ eine Verschiebung von 8μ bei Temp.-Änderung von -100° bis $+17^\circ$.

Der Sinn der Verschiebungen entspräche einer Vergrößerung der Dielektrizitätskonstanten bei Temperaturerhöhung. In der Tat ändert sich die Dielektrizitätskonstante bei Eis, dem einzigen festen Körper, der meines Wissens daraufhin genügend untersucht ist, in diesem Sinne mit der Temperatur.¹⁾

V. Theoretisches.

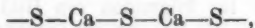
Ich entwickle im folgenden ein Bild der Vorgänge bei der Phosphoreszenz, wie es im Laufe der Untersuchungen sich ergab, bei dem Streben, Vorstellungen zu haben, durch welche die große Mannigfaltigkeit der Erscheinungen zu übersehen und zu verstehen wäre. Ein solches Bild muß auf Mechanismen eingehen, die zum Teil in den Atomen selber sich finden, und insofern sind umgekehrt die Phosphoreszenzerscheinungen ein Eingangstor zu weiterer Erkenntnis der Natur der Atome, worin zunächst auch das Hauptinteresse unserer Untersuchungen liegt. Obgleich man nun auch von anderer Seite her, nämlich durch chemische Erfahrung und durch die Kathoden-

tiefter Kälte zu Linien werden, was bei Uranylsalzkristallen von H. u. J. Becquerel u. H. Kamerlingh-Onnes wirklich beobachtet wurde (Amsterdamer Akademie Mai 1909 und Leidener Comm. Nr. 110).

1) Die Verschiebungen der Absorptionsbanden fester Körper überhaupt (J. Koenigsberger, *Ann. d. Phys.* 4. p. 796. 1901) und die von H. u. J. Becquerel u. H. Kamerlingh-Onnes (l. c.) gefundenen Verschiebungen der Emissionsbanden der Uranylsalze sind sämtlich gleichen Sinnes, wie oben.

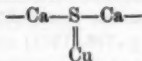
strahlen Kenntnisse von den Atomen hat, so genügt doch gegenwärtig dies alles noch nicht, um mehr als nur ganz probeweise Bilder machen zu können. Immerhin wird man zwar andere, aber doch wohl nicht wesentlich einfachere Bilder von den hier behandelten Vorgängen machen können, wenn man die Gesamtheit der beobachteten Erscheinungen umfassen will, und jedenfalls wird man das Bedürfnis haben, die Erscheinungen von einheitlichen Vorstellungen aus zu verstehen und damit einen Weg zu weiterem Vordringen zu haben. Die unvollkommenen Vorstellungen werden so zu ihrer eigenen Verbesserung beitragen. Ich gehe von den bereits früher (1904, p. 669) gemachten Anfängen aus.

Die d-Zentren. — 54. Diese Emissionszentren des Dauerleuchtens, also die eigentlichen Phosphoreszenzzentren haben wir als Moleküle von der empirischen Formel (z. B.) Ca_2CuS_2 angesehen (1904, p. 670, 1909, p. 8). Ihre Konstitution muß besonders raumbeanspruchend, sperrig sein, und dies muß auch von den metallfreien, richtig, wie in einem gut präparierten Phosphor beschaffenen Sulfiden gelten.¹⁾ Um einen Anfang zu machen, können wir Ketten, z. B.:

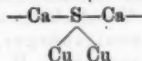


welche ringförmig in sich geschlossen sind, annehmen. Die Atome des Metalles (z. B. Cu) nehmen wir an die S-Atome dieser Ketten gruppiert und durch Nebenvalenzstellen der letzteren Atome festgehalten an. Nun fanden wir, daß es zweifach verschiedene CaCu *d*-Zentren geben muß. Nämlich erstens für die verschiedenen Banden (α , β , γ) des Cu die αd -, βd -, γd -Zentren (1904, p. 669), und zweitens für jede Bande (z. B. α) noch die verschiedenen Zentrenarten αd_1 , αd_2 , αd_3 (vgl. 12—21). Wir nehmen an, daß die Unterschiede der Banden (α , β , γ) in der Zahl der Valenzen des Metallatoms liegen, welche bei der Bindung an das S-Atom bestätigt sind, also z. B.

in den CaCu αd -Zentren



in den CaCu βd -Zentren



1) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 12. p. 489. 1903.

Dieses Bild stützt sich auf eine Vorstellung, zu welcher ich durch frühere Beobachtungen gekommen war¹⁾, daß nämlich die leuchtenden Metallatome in Flammen und im elektrischen Bogen verschiedene Linienserien emittieren, je nach der Zahl der Valenzelektronen, welche sie verloren haben. Dementsprechend würde hier das Cu-Atom, welches zwei Valenzelektronen gegen das S-Atom hin verschoben hat²⁾, eine andere Lichtemission (andere Bande) geben, als bei Verschiebung von nur einem Valenzelektron, wie angenommen. Zu bemerken ist, daß bei Betätigung der Metallvalenzen gegen Hauptvalenzstellen anderer Atome (z. B. im gewöhnlichen CuS) eine selektive Lichtemission überhaupt nicht resultiert, daß wir jedoch hier die zwei Hauptvalenzstellen des S bereits gegen die Erdalkalimetallatome abgesättigt haben. Wir nehmen somit an, daß bei Bindung an Nebenvalenzstellen anderer Atome die Metallatome schon mehr die Eigenschaften freier Metallatome, wie in den Metaldämpfen, annehmen.

Die Zahl der Phosphoreszenzbanden eines Metalles, z. B. des Cu, würde dann gleich seiner maximalen Valenzzahl sein, und eine ungleich starke Ausbildungsfähigkeit bei den verschiedenen Banden wäre zu erwarten. Dies entspricht der Wirklichkeit. Mehr als vier Banden kommen nach der Reduktion, welche wir vornehmen konnten (26), kaum bei einem Metall vor³⁾, und von diesen Banden sind z. B. bei Cu nur zwei (α und β) zu starker Ausbildung zu bringen; Cu γ war stets nur eine matte Bande und durch keine Mittel zum Vorherrschen zu bringen; offenbar bilden sich auch bei geeigneter Präparation (sehr langem Glühen) nur relativ wenige ihre Zentren neben vielen Zentren der stabileren α - und β -Banden aus.

55. Die Unterschiede der d_1 -, d_2 -, d_3 -Zentren können in der Verschiedenheit der bei Bindung der Metallatome be-

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 11. p. 636. 1903; 17. p. 197. 1905.

2) Daß bloße Verschiebung der Valenzelektronen (entsprechend chemischer Bindung) oft dieselbe Eigenschwingungsdauer der Atome gibt, wie völlige Abtrennung (entsprechend elektrolytischer Dissoziation), zeigt sich an der oft gleichen Farbe von festen Salzen und deren Lösungen.

3) Einschließlich der ultravioletten und ultraroten Banden, über deren Untersuchung im hiesigen radiologischen Institut Hr. W. E. Pauli demnächst berichten wird.

tätigten Nebenvalenzstellen des S-Atoms liegen (dieses Atom besitzt nach chemischer Erfahrung verhältnismäßig vieler solcher Valenzstellen), es wären das Unterschiede in der Lagerung der Metallatome relativ zum S-Atom und zu dem Rest des ganzen Zentrums, stereochemische Unterschiede. Die relative Stellung der Metallatome bei gleicher Zahl seiner betätigten Valenzen, welche so die Unterschiede der verschiedenen *d*-Zentren derselben Bande ergeben, würde dann nur die Schwingungsdauer der lichtelektrischen Elektronen (57) des Metallatoms beeinflussen, nicht aber die des Emissionselektrons (59).

Die m-Zentren. — 58. Da der *d*-Prozeß, die Phosphoreszenz langer Dauer, ausschließlich in Sulfiden sich zeigt, nehmen wir an¹⁾, daß das S-Atom im Zentrum es ist, welches die Aufspeicherung der Erregung besorgt (vgl. weiter unten), dementsprechend nehmen wir die *m*-Zentren schwefelfrei an. Sie können Moleküle sein, in welchen das Metallatom an sekundäre Valenzstellen des Sauerstoffs (statt des Schwefels) gebunden ist, z. B. CaO oder CaCO₃-Moleküle mit angelagerten Cu-Atomen. In der Tat sind Phosphoreszenzen kurzer Dauer in metallhaltigem CaO oder CaCO₃ lange bekannt und von Lecoq de Boisbaudran und Crookes studiert worden. Bemerkenswert ist dabei auch, daß das resultierende Phosphoreszenzlicht dieselbe Farbe (nahe oder ganz dieselben Banden) hat wie beim gleichen Metall im Sulfid, nur ohne Dauer. So leuchtet z. B. Cu im CaO grün (wie mit der α -Bande im CaS), Mn im gewöhnlichen Kalkspat orange (wie Mn α im CaS). Dies entspricht unserer Vorstellung, daß es bei der Emission zwar auf die von seiten des Metallatoms betätigten Valenzen ankommt, nicht aber auf die Stellen des anderen Atoms oder auf das andere Atom überhaupt, an welchem diese Valenzen sich betätigen. Dagegen die Schwingungsdauern der lichtelektrischen Elektronen (Erregungsschwingungsdauern) der Metallatome sind — auch wieder unserer Vorstellung entsprechend — ganz andere bei Bindung an O statt an S, was darin sich zeigt, daß die *m*-Maxima der Erregungsverteilungen ganz anders liegen als die *d*-Maxima.

1) Vgl. bereits P. Lenard, H. Kamerlingh-Onnes und W. E. Pauli, l. c.

Die große Breite der *m*-Maxima (und auch der Momentanbanden selber) zeigt an, daß die *m*-Zentren sehr viel mehr durch die Wärmebewegung beeinflußt werden, als die *d*-Zentren. Es dürften also die *m*-Zentren kleinere Atomkomplexe sein, als die *d*-Zentren. Auch die größere Hitzebeständigkeit der *m*-Zentren, im Vergleich zu den *d*-Zentren (vgl. 50) entspricht unserer Vorstellung, denn Bindungen von Metallatomen an O sind beständiger als solche an S.

Lichtelektrische Elektronen der Atome. — 57. Wir fanden, daß diejenigen Eigenschwingungsdauern der Zentren, welche die Erregung der Phosphoreszenzbande ergeben, in so einfacher Weise von der Umgebung der Metallatome in den Zentren beeinflußt werden, daß in der Hauptsache nur die mittlere Dielektrizitätskonstante dieser Umgebung in Betracht kommt, wie es bei einem elektrischen Oszillator der Fall ist, dessen Kraftfeld gänzlich in dessen Umgebung liegt. Versuchen wir unsere Vorstellungen auf diese Eigentümlichkeit einzurichten, so gehen wir davon aus, daß es sich bei der Phosphoreszenzerregung um lichtelektrische Wirkung handelt (1904, p. 671).¹⁾ Wir nennen der Kürze wegen ein Elektron eines Atoms, welches der lichtelektrischen Wirkung zugänglich ist, ein lichtelektrisches Elektron des Atoms. Es bedeutet dann unser Resultat in einfachster Auffassung, daß die Kraftfelder, durch welche die lichtelektrischen Elektronen an ihre Metallatome in den Zentren zunächst noch gebunden sind, soweit in die Umgebung des Atoms sich erstrecken, daß eben nicht die Einzelheiten der nächsten Umgebung, sondern die mittlere Beschaffenheit der Umgebung in Betracht kommt. Dies führt zur Vorstellung, daß diese lichtelektrischen Elektronen an der Oberfläche des Metallatoms sich bewegen und daß sie bei ihren Schwingungen weit heraustreten aus dem Raum, welcher für gewöhnlich als der des Metallatoms zu bezeichnen ist. Diese Vorstellung stimmt damit überein, daß die lichtelektrischen Elektronen eben diejenigen sind, welche durch ihre Resonanzschwingungen leicht dazu kommen, das Metallatom überhaupt gänzlich zu verlassen, worin eben die

1) Bestätigt durch ausführliche Untersuchung, vgl. P. Lenard u. S. Saeland, Ann. d. Phys. 28. p. 476. 1909.

lichtelektrische Wirkung besteht, was ich früher entwickelt habe.¹⁾ Erstaunlich ist es immerhin, daß die Kraftfelder der lichtelektrischen Elektronen so ganz außerhalb des Metallatoms zu liegen kommen, und wenn nicht eine ganz andere Auffassung unserer Resultate Platz greifen muß, würde man versucht sein, eine naheliegende Hypothese über die Form des Metallatoms einzuführen, daß es eine lineare (also der Umgebung starken Einfluß bietende) Aneinanderreihung der Abteilungen sei, aus welchen es nach dem weiter unten Folgenden (75) zusammengesetzt erscheint.

Selektive lichtelektrische Wirkung. — 58. Die verschiedenen *d*-Maxima eines Metalles geben in unserer Auffassung die Schwingungsdauern an, welche die lichtelektrischen Elektronen der betreffenden Metallatome je nach deren Stellung zum S-Atom und je nach Zahl der betätigten Valenzen annehmen. Betrachtet man danach diese, durch relativ oder ganz unwirksame Zwischenräume getrennten *d*-Maxima (vgl. die Tafel), so erscheinen sie von besonderem Interesse. Sie stellen nämlich in dieser Auffassung ein erstes und sehr bemerkenswertes Beispiel von selektiver lichtelektrischer Wirkung dar, welches, wie mir scheint, den Resonanzcharakter dieser Wirkung vortrefflich illustriert.²⁾ Daß in allen bisherigen lichtelektrischen Untersuchungen nur allmähliches Ansteigen der Wirkung vom Violett ins Ultraviolett hinaus gefunden wurde³⁾, ist wohl so zu erklären, daß in den bisher hauptsächlich untersuchten festen oder flüssigen Metallen die gegenseitigen Störungen der Nachbaratome die Eigenschwingungsdauern ihrer lichtelektrischen Elektronen zu sehr verwischen.

Emissionselektronen. — 59. Für die Banden fanden wir im Gegensatz zu den Erregungsverteilungen spezielle Beeinflussung der Schwingungsdauern durch die spezielle Umgebung des Metallatoms im Zentrum (34, 36). Es müssen dann diejenigen Elektronen (bzw. Elektronensysteme), deren Schwingungen die

1) P. Lenard, Wiener Ber. 1899.

2) Man könnte schon die elektrische Wirkung absorbierten ultravioletten Lichtes auf Gase (P. Lenard, Ann. d. Phys. 1. p. 499. 1900; 3. p. 298. 1900) als solches Beispiel heranziehen, jedoch war in diesen Fällen die spektrale Verteilung nicht untersucht.

3) Vgl. W. Hallwachs, Ann. d. Phys. 30. p. 593. 1909.

Emission des Phosphoreszenzlichtes ergeben, nicht identisch sein mit den lichtelektrischen Elektronen derselben Metallatome. Wir bezeichnen daher diese, die Emission besorgenden Elektronen im Atom zum Unterschiede mit dem besonderen Namen „Emissionselektronen“. Auch die gewöhnliche Spektralemission wird durch Emissionselektronen der betreffenden Metallatome bewirkt. Es ist jedoch eine Bemerkung nötig bezüglich der Natur dieser Elektronen. Während es nämlich bei den Emissionselektronen der gewöhnlichen Serienlinien durch Hrn. Zeemans Entdeckung festgestellt ist, daß sie einfache, negative Elektronen wie in den Kathodenstrahlen sind, ist dies bei den Emissionselektronen des Phosphoreszenzlichtes derselben Metallatome durchaus nicht festgestellt, ja sogar sehr zweifelhaft. Unsere Bemühungen, den Zeemaneffekt bei den Phosphoreszenzbanden zu finden, scheiterten daran, daß diese Banden auch im festen Wasserstoff nicht schmal genug wurden¹⁾, und H. und J. Becquerel und H. Kamerlingh Onnes fanden zwar bei den Fluoreszenzbanden der Uranylsalze eine Auflösung in Linien in der Kälte, aber keinen Zeemaneffekt.²⁾ Es könnten daher die Emissionselektronen des Phosphoreszenz- und Fluoreszenzlichtes mit größeren Teilen (Dynamidengruppen) der betreffenden Metallatome verbunden sein und mit diesen als Ganzes schwingen. Sie könnten auch positive Elektrizität sein.

60. Außer den lichtelektrischen und den Emissionselektronen im Atom sind noch dessen Valenzelektronen zu nennen, welche nach ihrer Funktion ebenfalls — wie die lichtelektrischen Elektronen — sehr der Außenwirkung ausgesetzt und leicht aus ihren Dynamiden abtrennbar sein müssen.

61. Zum Orientierungsversuche im Gebäude der Atome nehmen wir die drei genannten Elektronenarten vorläufig als voneinander verschieden an. Möglich ist es, daß in bestimmten Fällen auch ein und dasselbe Elektron des Atoms mehr als eine der drei Funktionen ausführen könne. Können lichtelektrische Elektronen auch Emissionen verursachen, so wären

1) P. Lenard, H. Kamerlingh-Onnes u. W. E. Pauli, l. c.

2) H. u. J. Becquerel u. H. Kamerlingh-Onnes, Amsterdam Akad. 23. April 1909.

bei sämtlichen $\lambda_0 d$ der Tabelle (vgl. 35) Emissionsspektrallinien der betreffenden Metalle zu erwarten, welche nach der Größe der λ_0 im Funkenspektrum in dem von Hrn. Schumann erschlossenen Gebiete zu suchen wären. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß wir in den Zentren der Phosphore die Metallatome an S-Atome gelagert annehmen, während sie in den Metaldämpfen frei sind.

Erregung der Spektrallinienemission der Metallatome. —

62. Nachdem die Zentren des Phosphors erregt, die lichtelektrischen Elektronen also aus ihren Metallatomen entwichen sind, kann das Leuchten erfolgen, und dies geschieht nach unserer Auffassung (1904, p. 672) bei der Rückkehr der Elektronen zu ihrem Atom. Wir haben nun aber gefunden, daß es nicht die lichtelektrischen Elektronen selbst sind, welche das Leuchten besorgen, sondern die Emissionselektronen. Danach wäre der Mechanismus des Leuchtens so vorzustellen, daß die Rückkehr des lichtelektrischen Elektrons der Anlaß zu Schwingungen des Emissionselektrons wird, durch welche Schwingungen dann die Emission erfolgt, deren Wellenlänge durch die Eigenschwingungsdauer eben des Emissionselektrons bedingt ist.

63. Es dürfte so die Lichtemission von Metallatomen überhaupt in allen Fällen, z. B. auch in Flammen, Bogen, Kanalstrahlen stattfinden¹⁾, nur die Art, in welcher zuerst ein Elektron aus dem Metallatom zum Austritt gebracht wird, kann in verschiedenen Fällen verschieden sein. Das Leuchten selbst nehmen wir stets bei der Rückkehr des Elektrons eintretend an, eine Vorstellung, zu welcher eben das Studium der Phosphoreszenzerscheinungen zuerst geführt hat (1904, p. 672). Daß in lichtemittierenden, metallhaltigen Flammen fortwährend wechselnder Verlust und Wiederersatz von Elektronen aus den Metallatomen stattfindet, hatte ich bereits früher nachgewiesen²⁾, und dasselbe gilt auch, wie die neueren Untersuchungen von Hrn. W. Wien zeigen, wenn Kanalstrahlen

1) Daß und wie wir die Phosphoreszenzbanden als verwaschene Spektrallinien (oder Liniengruppen) auffassen, ist oben (52) und schon früher (P. Lenard, H. Kamerlingh Onnes und W. E. Pauli) ausführlich erörtert worden.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 9. p. 649. 1902.

ein Gas leuchtend machen.¹⁾ Daß das Leuchten bei der Rückkehr eines verlorenen Elektrons stattfindet, entspricht auch der Vorstellung, daß im elektrisch neutralen Zustande die Hauptserien der Metallspektren von den Atomen emittiert werden, welche Vorstellung ich auf Grund eingehender Versuche an Flammen und Bogen früher entwickelt habe²⁾, und auf welche auch Hr. W. Wien geführt wird (l. c.). Es ist jedoch anzunehmen, daß nicht nur die Rückkehr des letzten der entwichenen Elektronen im Atom Emission bewirken wird, und daß daher auch Atome, welche noch positive Ladung haben, emittieren können. Jedenfalls habe ich nachgewiesen, daß die verschiedenen Spektralserien der Metalle von Atomen emittiert werden, welche in elektrisch verschiedenen Zuständen sich befinden (in den verschiedenen Schichten des elektrischen Bogens³⁾ und der Bunsenflamme⁴⁾).

64. Der Anlaß zur Erregung der Emission, nämlich zum Entweichen von Elektronen aus Atomen, kann in verschiedenen Fällen verschieden sein. Bei der Phosphoreszenz und Fluoreszenz ist es lichtelektrische Wirkung. In Flammen und Bogen habe ich „Nähewirkung“ angenommen⁵⁾, und dies würde auch für die Kanalstrahlen gelten. Es ist jedoch wahrscheinlich, daß auch in metallhaltigen Flammen, Bogen, elektrisch leuchtenden Gasen überhaupt, lichtelektrische Wirkung auf die Metallatome stattfindet; denn es ist hier überall wirksames Licht vorhanden.⁶⁾

Die Stokes'sche Regel. — 65. Die Vorstellung, daß bei der Phosphoreszenz das Emissionselektron durch Rückkehr eines lichtelektrischen Elektrons zum Schwingen gebracht wird, bietet auch die Möglichkeit einer Erklärung der Stokes'schen Regel. Man müßte dazu annehmen, daß das lichtelektrische

1) W. Wien, Bayr. Akad. 38. p. 55 (auch Ann. d. Phys. 27. p. 1025) 1908 und Bayr. Akad. 3. Juli (auch Ann. d. Phys. 30. p. 349) 1909.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 11. p. 636. 1903; 17. p. 222 u. ff. 1905.

3) P. Lenard, Ann. d. Phys. 11. p. 636. 1903.

4) P. Lenard, Ann. d. Phys. 17. p. 215, 221 u. f. 1905.

5) Vgl. P. Lenard, Ann. d. Phys. 17. p. 242 u. f. 1905.

6) Es könnte sein, daß beim Mitwirken der lichtelektrischen Wirkung als Leuchterregungsursache auch in Gasen die spektralen Energien der Emission der des schwarzen Körpers (in welchem nur Nähewirkung stattfindet) nicht entsprechen.

Elektron unter Schwingungen wieder zurückkehrt und daß es das Emissionselektron vermittelt Resonanz zu dessen Schwingungen erregt. Die Schwingungen des lichtelektrischen Elektrons werden bei seiner Rückkehr mit sehr großen Amplituden beginnen, welche dann allmählich abnehmen. Nun ist es ganz allgemein der Fall, daß Schwingungsdauern mit abnehmender Amplitude abnehmen, niemals zunehmen, und hierin liegt in unserem Bilde der Kern der Stokes'schen Regel. Die Resonanz-erregung der Emissionselektronen wird nämlich nur in dem Augenblicke stattfinden, wo die Schwingungsdauer des mit abnehmender Amplitude schwingenden lichtelektrischen Elektrons gleich der des Emissionselektrons geworden ist. Somit kann nur dann ein lichtelektrisches Elektron Emission verursachen, wenn es schließlich im Atom eine kleinere Eigenschwingungsdauer hat als das Emissionselektron, was eben zusammenfällt mit der Behauptung der Stokes'schen Regel. Denn die Schwingungsdauern der Erregung (die *d*- oder *m*-Maxima) sind offenbar die für die schließlichen Amplituden geltenden Schwingungsdauern der lichtelektrischen Elektronen, mit welchen Amplituden jede neue Erregung wieder beginnen muß.

Ein Beispiel eines Mechanismus, welcher mit der Amplitude sehr veränderliche Schwingungsdauern ergibt, auch sonst den Anforderungen unseres Bildes entspricht, ist nicht schwer anzugeben. Man nehme ein Elektron an, welches um einen Raum kreist (zirkuläre Schwingungen ausführt), welcher positive Elektrizität enthält (ein positives Quantum). Die Umlaufszeit (Schwingungsdauer) wird nach bekannten Gesetzen sehr von der Amplitude abhängen und mit dieser wachsen. Bemerkenswert ist es hierzu, daß wir in der Tat dazu kamen, den lichtelektrischen Elektronen sehr große, über das gewöhnliche Volumen des Atoms hinausgehende Amplituden zuzuschreiben (vgl. 57).

66. Eine andere, mögliche Erklärung der Stokes'schen Regel kann aus dem Fehlen des Zeemaneffektes bei den Fluoreszenzlinien hergeleitet werden, wonach die Emissionselektronen größere Massen haben als die einfachen lichtelektrischen Elektronen. Man könnte annehmen, daß die lichtelektrischen Elektronen bei ihrer Rückkehr eben an jene größeren Massen

des Atoms sich anlagern und so erst die Emissionselektronen bilden und sie zugleich in die Schwingungen versetzen, welche wegen der größeren Masse langsamer sind, wie es die Stokes'sche Regel verlangt.

Diese Erklärung erscheint deshalb weniger wahrscheinlich, weil in einigen Erregungsverteilungen die (nach den Analogien bezeichneten) Maxima d_1 fehlen (vgl. $\text{CaCu } \beta$, $\text{ZnCu } \alpha$ u. a. in der Tafel), was so gedeutet werden kann, daß zwar die entsprechenden Absorptionen bei den (aus der Zahlentabelle zu entnehmenden) Spektralstellen d_1 vorhanden sind, daß jedoch das entwichene und zurückkehrende lichtelektrische Elektron das Emissionselektron in diesen Fällen nicht erregen könne, da es immer zu langsam schwingt.

Über das Abklingen der Phosphoreszenz und Fluoreszenz. —

67. Die quantitativen Gesetze des Abklingens einer gesonderten Phosphoreszenzbande ($\text{SrZn } \alpha$) wurden durch photometrische Messungen von Hrn. A. Werner im Kieler Institut untersucht.¹ Seine Resultate stimmen für den letzten Teil des Abklingens, also für das Dauerleuchten, mit den etwas früher veröffentlichten der Herren Nichols und Merritt²) überein. Letztere Autoren haben mit „Sidoblende“ (einem Zinksulfid) gearbeitet, bei welchem, wie wir oben sahen, je nach dem Metallgehalt — auf welchen nicht geachtet wurde — mindestens drei Banden erscheinen konnten. Die Autoren selber geben an, neben einer überwiegenden Bande noch andere gesehen zu haben, welche jedoch nicht eliminiert wurden. Hierdurch erklärt es sich wohl, daß die Resultate der Herren Nichols und Merritt für das erste Nachleuchten von Hrn. Werner, der eine einzige gesonderte Bande untersuchte, nicht bestätigt wurden.³) Für das letzte Nachleuchten dagegen, wo auch bei den Herren Nichols und Merritt nur noch eine, nämlich die dauerndste Bande ihres Präparates übrig geblieben sein wird, ist Übereinstimmung der Resultate beider Arbeiten vorhanden.

68. Hiernach ist das Abklingungsgesetz des Dauerleuchtens, d. i. der durch Licht erregten Phosphoreszenz, wohl als sicher

1) A. Werner, Ann. d. Phys. 24. p. 164. 1907; auch A. Werner u. H. Gohdes, Ann. d. Phys. 30. p. 257. 1909.

2) E. L. Nichols u. E. Merritt, Physical Rev. 12. p. 279. 1906.

3) Vgl. A. Werner, l. c. p. 180, Fußnote.

festgestellt zu betrachten. Es lautet (J die Intensität des Leuchtens; t die Zeit; a, c Konstanten):

$$J = a/(c + at)^2. ^1)$$

Nach unserer Vorstellung würde dieses Gesetz folgendermaßen zu deuten sein. Im vollerregten Phosphor sind die lichtelektrischen Elektronen aus dem Metallatom entwichen und im benachbarten S-Atom desselben Zentrums aufgespeichert. Wären wir im UMZ. der betreffenden Bande, in der Kälte (wo kein Nachleuchten, nur Aufspeicherung erfolgt), so würde dieser Zustand, welchen wir auch Polarisierung der Zentren genannt hatten, bestehen bleiben. Im DZ. jedoch, bei höherer Temperatur, in welchem eben das Nachleuchten erfolgt, werden, offenbar durch Vermittelung der Wärmebewegung der Atome, die aufgespeicherten Elektronen vom S-Atom (durch Näherwirkung) wieder abgegeben und kehren zu ihrem Metallatom zurück, wobei das Leuchten erfolgt. Die Intensität des Leuchtens wird der in der Zeiteinheit zurückkehrenden Elektronenzahl proportional sein, d. i. dn/dt , worin n die Zahl der im S-Atom aufgespeicherten, im Metallatom noch fehlenden Elektronen ist. Dem Quadrat dieser Zahl, n^2 , ist aber die Kraft proportional (wie in jedem geladenen Kondensator die Kräfte proportional dem Quadrat der Ladung sind), welche die beiden entgegengesetzt geladenen Teile, nämlich Metallatom und S-Atom, zusammenzieht. Wir nehmen an, daß dieser Kraft auch die Näherwirkung in erster Annäherung proportional sei, welche das Metallatom auf das S-Atom ausübt, und durch welche die Elektronen aus dem S-Atom wieder zum Austritt und zur Rückkehr kommen. So haben wir auch die in der Zeiteinheit zurückkehrende Menge dn/dt proportional n^2 zu erwarten: $-dn/dt = a n^2$, woraus das Integral $n = 1/(c + at)$ (a und c positive Konstanten), so daß $J = a/(c + at)^2$ kommt, wie es den Beobachtungen entspricht.

69. Eine andere Deutung desselben Abklingungsgesetzes ist von den Herren Nichols und Merritt gegeben worden (l. c.). Diese Deutung ist aber insofern unzulässig, als dabei wesentlich angenommen wird, daß die Produkte der Erregung

1) Abklingungsgleichungen dieser Form sind bereits von E. Becquerel benutzt worden. „La Lumière“ 1. p. 295.

(„Ionen“) durch den Phosphor diffundieren, wobei das aus einem Zentrum stammende Ion mit dem Reste eines beliebigen anderen Zentrums sich (unter Leuchten) wiedervereinigen könne. Letzteres ist aber durchaus nicht der Fall, denn wie wir damals bereits nachgewiesen hatten (1904, p. 671 und 481) „speichert jede Zentrensorte (also auch jedes Zentrum) seine eigene Erregung auf, so daß sie von keiner anderen (ebenfalls erregten) Bande, d. i. Zentrensorte, verbraucht werden kann“.

70. Im ersten Teil des Abklingens lagern sich, wie wir sahen, die beiden Prozesse m und u übereinander und über den Dauerprozeß; dabei klingt der u -Prozeß bei nicht monochromatischer Erregung schon an sich nicht einheitlich ab. Es ist daher für den ersten Abfall der Intensität durchaus kein einfaches Gesetz zu erwarten. Hr. Werner konnte bei $\text{SrZn } \alpha$ nach Subtraktion des vorher betrachteten Dauerabfalles d seine Messungen durch die Form $J = e^{-at^m}$ darstellen, wo m eine von Fall zu Fall (z. B. je nach Dauer der Belichtung oder nach Metallgehalt) wechselnde Zahl zwischen 0,2 und 1 war (l. c.); er nannte dabei, wie es nach vorhandener Kenntnis damals gegeben war, diesen Abfall den Momentanabfall. Wie wir finden (6), muß jedoch auch der u -Abfall darin enthalten sein, ja dieser muß sogar so gut wie den ganzen nach der obigen Funktion verlaufenden Abfall ausmachen. Denn das, was wir jetzt, in mehr präzisierter Auffassung, den m -Prozeß nennen, verläuft so außerordentlich rasch, daß der ganze m -Abfall in den ersten 20 Sek. nach Schluß der Erregung, wo Hrn. Werners Beobachtungen erst begannen, bereits vollzogen sein mußte.

71. Ein deutliches Zeichen des so plötzlichen m -Abfalles ergibt dagegen die Tab. IX in Hrn. Werners Arbeit (l. c), woraus auch die Größe dieses Abfalles zu entnehmen ist. Der zeitliche Verlauf des m -Abfalles könnte nur phosphoroskopisch verfolgt werden. Dies ist für fluoreszierende Substanzen, welche also den m -Prozeß für sich allein besitzen, bereits von E. Becquerel durchgeführt. Er findet rein exponentiellen Abfall¹⁾, $J = e^{-at}$. Es ist kaum zu bezweifeln, daß dies auch

1) E. Becquerel, „La lumière“ 1. p. 273 ff. 1867.

das Gesetz des m -Abfalles bei den Phosphoren sein wird, denn der m -Prozeß ist eine über die Phosphoreszenz gelagerte Fluoreszenz.

Das exponentielle Abfallgesetz des m -Prozesses, d. i. der Fluoreszenz, ist in Übereinstimmung mit unseren Vorstellungen von diesem Prozeß, denn die aus dem Metallatom — allgemein den Fluoreszenzzentren irgend einer fluoreszierenden Substanz — entwichenen lichtelektrischen Quanten finden hier kein S-Atom zur Aufspeicherung; sie verbreiten sich — roh gesprochen in gasmolekularer Weise — durch die Atome der Umgebung, und die Zahl der Rückkehren, dn/dt , welche auch das Maß der Leuchtintensität ist, wird gleich sein der Zahl der Zusammenstöße der umherirrenden Elektronen mit dem Zentrum, wird also proportional sein dieser Zahl n selber, woraus die Exponentialfunktion durch Integration folgt.

72. Über den u -Prozeß, welcher nach allem komplizierter erscheint als der d - und m -Prozeß, wäre folgendes zu vermuten: Das ultraviolette Licht wirkt nicht nur auf die Metallatome der Zentren, sondern es löst auch in sonstigen Atomen des Phosphors lichtelektrische Wirkung aus, und zwar hier nicht so rein selektiv, sondern in der auch sonst gewöhnlich beobachteten Weise, vom Violett nach dem Ultraviolett zu ansteigend. Kommen bei einer gewissen, kurzen Wellenlänge bereits genügend große Anfangsgeschwindigkeiten der lichtelektrischen Elektronen vor, so werden sie beim Auftreffen derselben auf die Metallatome aus diesen Elektronen entweichen lassen (durch sekundäre Kathodenstrahlung). In dieser Weise sind die Zentren erregt, genau wie es durch direkt von außen her kommende langsame Kathodenstrahlen geschehen könnte. Letztere Erregung habe ich früher studiert¹⁾, und es zeigen sich in der Tat Übereinstimmungen mit der u -Erregung. Beide Erregungen sind von kurzer Dauer, bei beiden werden gewisse Banden vor anderen bevorzugt, so z. B. bei CaBi die grüne Bande β vor der violetten α . Der u -Prozeß wäre demnach durch lichtelektrische Kathodenstrahlen erregte Phosphoreszenz bzw. Fluoreszenz.

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12. p. 462ff. 1903; vgl. dazu auch P. Lenard u. Sem Saeland, Ann. d. Phys. 28. p. 485ff. 1909.

Zusammenhang des An- und Abklingens. — 73. Die Dauer des Nachleuchtens im *d*-Prozeß wird nach unserer Auffassung um so größer sein, je weniger das S-Atom der Wärmebewegung ausgesetzt ist. Es wird aber dann auch das Anklingen des Leuchtens beim Beginn einer Erregung entsprechend länger dauern müssen, weil dann erst nach Aufspeicherung einer größeren Zahl von Elektronen im S-Atom die gleiche Wiederabgabe beginnen wird. So ist die Erfahrung verständlich, daß „An- und Abklingen stets miteinander verknüpft sind derart, daß schnell abklingende Banden auch schnell anklingen, langsam abklingende auch langsam anklingen“ (1904, p. 281). Bei gleichbleibender Temperatur wurde die Dauer einer Bande, für welche Hr. Werner das zahlenmäßige Maß eingeführt hat, nahezu unabhängig von der Erregungsdauer und von der erregenden Intensität gefunden (l. c.); daß bei höheren Temperaturen (innerhalb des DZ.) die Dauer kleiner, bei tieferen (inkl. UMZ.) größer ist, lehrt schon qualitative Beobachtung.

Elektrizitätsleitung in den Metallen und Aufspeicherungsvermögen der Phosphore bei tiefsten Temperaturen. — 74. Die sehr hohe Aufspeicherungsfähigkeit aller Banden bei den aller-tiefsten Temperaturen (fester Wasserstoff)¹⁾ entspricht der Ungestörtheit des S-Atoms mangels Wärmebewegung. Daß in mittlerer Kälte (in der Gegend von -50°C.) bei einer Anzahl von Banden ein Minimum der Dauer gefunden wurde (vgl. 43), scheint in Zusammenhang zu stehen mit dem ein Maximum andeutenden Verlauf der elektrischen Leitfähigkeit der Metalle in tiefsten Temperaturen.²⁾ Wir haben bereits 1904 (p. 672) Erregungsabgabe und Leitvermögen in Parallele gestellt, indem beide von freier Beweglichkeit der Elektronen von Atom zu Atom abhängen. Die eingehendere Vorstellung hierfür ist diese: Die Abtrennung der Elektronen aus den Atomen (des S beim Erregungsverbrauch der Phosphore, der Metalle bei der Metalleitung) erfolgt durch Nähewirkung.³⁾ Bei abnehmender Temperatur steigt die Nähewirkung, da die Atome

1) Vgl. P. Lenard, H. Kamerlingh-Onnes u. W. E. Pauli, l. c.

2) Vgl. H. Kamerlingh-Onnes, Comm. Leiden Nr. 95c, 95d, 99, 101e; 1904—1908, besonders Suppl. Nr. 9. p. 27.

3) Vgl. hierüber P. Lenard, Ann. d. Phys. 17. p. 244. 1905.

dann näher aneinander rücken, und dies ergibt die Zunahme des Leitvermögens bei den Metallen, — die Abnahme der Aufspeicherung (das Minimum des Nachleuchtens) bei den Phosphoreszenzbanden in mittlerer Kälte. Werden aber die Temperaturen sehr tief, so muß zuletzt der Fall eintreten, daß die betrachteten beweglichen Elektronen (die lichtelektrischen Elektronen bei den Phosphoren, die Elektronen der Metalleitung in den Metallen) an diejenigen Stellen der betreffenden Atome (S bzw. Metall) sich begeben haben, wo sie bei der gerade vorhandenen gegenseitigen Lagerung der Atome der Nähwirkung am meisten entzogen sind. An diesen Stellen bleiben sie dann, da mangels Wärmebewegung die gegenseitige Lagerung der Atome nicht mehr wechselt. Dies ergibt die große Aufspeicherungsfähigkeit bei den Phosphoren und das relativ geringe Leitvermögen bei den Metallen in den allertiefsten Temperaturen. Hr. H. Kamerlingh-Onnes drückt, wie ich glaube im wesentlichen dasselbe, was wir hier mechanisch erläuterten, so aus, daß die Elektronen in den tiefsten Temperaturen festen Aggregatzustand annehmen.

Schwere Atome erscheinen reich an lichtelektrischen Elektronen. — 75. Nach der entwickelten Auffassung des An- und Abklingens und der Aufspeicherung im d -Prozeß müssen die Atome der wirksamen Metalle (die Aufzählung derselben vgl. 1904, p. 663) eine erhebliche Anzahl von lichtelektrischen Elektronen besitzen und abgeben können. Es ist damit in Übereinstimmung, daß nur die schwereren Atome hierher gehören. Das kleinste Atomgewicht eines wirksamen Metalles (Mn) ist 53, und kein Metall ergibt hellere und zugleich dauerndere Phosphoreszenzen als das schwerste unter den wirksamen, Bi, mit dem Atomgewicht 209. Auch die hellen Fluoreszenzen der Uranverbindungen (Ur = 238) sind bekannt. Es sind Versuche im radiologischen Institut im Gange, die größte Lichtaufspeicherung in verschiedenen Fällen zu ermitteln, um womöglich Aufschluß über die ins Spiel kommenden Elektronenzahlen zu erhalten.

76. Sämtliche lichtelektrischen Elektronen eines Metallatoms müssen, der Schärfe der d -Maxima entsprechend, nahe die gleiche Eigenschwingungsdauer haben und diese Eigenschwingungsdauer auch nahezu behalten, wenn ein Teil dieser

Elektronen schon entwichen ist. Ebenso müssen auch die Eigenschwingungsdauern der Emissionselektronen desselben Atoms hierdurch nicht stark verändert werden, denn die Phosphoreszenzbanden bleiben während des ganzen Abklingens nahezu unverrückt, welches letztere allerdings bei der relativ großen Breite und Verwaschenheit dieser Banden schlecht zu kontrollieren und noch genauer zu untersuchen ist.¹⁾

77. Diese Eigentümlichkeiten führen zur Vorstellung, daß die schwereren Metallatome aus Anhäufungen ganz oder nahe gleich beschaffener Abteilungen bestehen, und es könnte sein, daß jede solche Abteilung nicht nur ihr eigenes lichtelektrisches Elektron, sondern auch ihr eigenes Emissionselektron besitzt. Dies stimmt auch mit der großen Komplikation der Linienspektren (selbst der einzelnen Serien dieser Spektren) der schwereren Atome überein.²⁾ Sind die Abteilungen etwas verschiedenen äußeren Kräften ausgesetzt, was wegen ihrer gegenseitigen Einwirkung notwendig der Fall sein müßte, so würden ihre Emissionselektronen etwas verschiedene Eigenschwingungsdauern annehmen, was die Doppel- und Mehrfachlinien der Spektren dieser Metalle ergäbe. Eben von der Seite der Spektralserien her muß die hier berührte, durch die Phosphoreszenzerscheinungen außerordentlich nahegelegte Auffassung von der Konstitution der Metallatome einer Prüfung und günstigenfalls einer Ausarbeitung fähig sein. Dabei wäre in erster Linie die Tatsache zu beachten, daß die verschiedenen Spektralserien vom Atom nicht auf einmal emittiert werden, sondern jede für sich allein.³⁾ Auch die Tatsachen der Radio-

1) Es sind in einigen Fällen Anzeichen dafür vorhanden, daß das letzte Ausleuchten einer Bande ihre Farbe ändern kann.

2) Hr. W. Wood schließt aus der Beschaffenheit der sehr komplizierten Fluoreszenzspektren des Natriumdampfes ebenfalls auf einen Aufbau der Zentren dieser Fluoreszenz aus einer Anzahl ähnlicher konstituierter Abteilungen, es scheint jedoch, wie Hr. W. Wood selbst hervorhebt, daß die Zentren dieser komplizierten Spektren mehratomige Moleküle des sehr dichten Na-Dampfes sind (W. Wood, *Americ. Acad. November 1906. p. 235*). Eben solchen mehratomigen Molekülen habe ich früher auch schon das ebenfalls sehr komplizierte Bandenabsorptionsspektrum des Na-Dampfes zugeschrieben (P. Lenard, *Ann. d. Phys. 17. p. 229. 1905*).

3) P. Lenard, *Ann. d. Phys. 11. p. 636. 1903.*

aktivität entsprechen der Zusammensetzung der schwereren Atome aus Abteilungen, deren jede ein mehr oder weniger unabhängiges System für sich bildet.

Die gemeinsamen $\lambda_0 d$, welche wir bei Cu und Zn und bei Pb und Ag fanden (39), zeigen dann an, daß die Atome dieser Metallpaare ganz oder nahe identische Abteilungen enthalten.

78. Dem S-Atom muß die Eigentümlichkeit zugeschrieben werden, die gesamte aus dem Metallatom entweichende Elektronenzahl aufzuspeichern, was in der besonderen Anordnung der positiven Elektrizitäten seiner Dynamiden liegen muß, eine Eigentümlichkeit, welche übrigens dem elektronegativen chemischen Charakter des Schwefels entspricht.

Auslöschung der Phosphoreszenz durch Ultrarot. — 79. Durch Erwärmung des erregten Phosphors sowie durch ultrarote (geeignet langwellige) Belichtung wird derselbe ausgelöscht, seine Aufspeicherung zur Verausgabung gebracht; er leuchtet auf und wird zuletzt dunkel, kehrt in den unerregten Zustand zurück und ich habe gezeigt, daß Erwärmung und Ultrarot dabei in gleicher Weise wirken (1909). Die Wirkung der Erwärmung haben wir oben dahin gedeutet, daß das S-Atom durch seine Wärmebewegung zeitweilig in solche Nähe und Stellungen zum Nachbaratom (dem Metallatom) kommt, daß dieses ihm seine aufgespeicherten Elektronen entziehen kann (Nähewirkung), wodurch sie zum Metallatom zurückkehren. Das gleiche ist dann auch für das Ultrarot anzunehmen, d. h. das Ultrarot muß das negativ beladene S-Atom im Zentrum in Bewegung setzen. Wir kommen so zur Vorstellung, daß die Wirkung des Ultrarot eine Resonanzwirkung auf das ganze schwingungsfähige S-Atom oder vielmehr auf das entgegengesetzt geladene (polarisierte) Paar, Metallatom—S-Atom ist. Die „Auslöschungsverteilung“ (1909) würde also die Eigenschwingungsdauern dieses polarisierten Atompaares angeben. Dies entspricht auch der Langwelligkeit dieser Auslöschungsverteilung; man hat durch Vermittelung der Dispersionstheorie gefunden, daß die langsamsten Eigenschwingungsdauern der Moleküle nicht einzelnen Elektronen, sondern ganzen Atomen oder Atomgruppen in den Molekülen entsprechen, welche natürlich, um in Resonanzwirkung mit dem Licht zu geraten, elek-

trisch geladen sein müssen, was bei den polarisierten Phosphoreszenzzentren auch der Fall ist. Verschwindet die Polarisation (Aufspeicherung), so muß auch die Wirkung des Ultrarot sich ändern, was ganz unserem früheren Resultate (1909) entspricht, daß das Ultrarot vom erregten Phosphor anders absorbiert wird als vom unerregten. Ich komme auf die mittlerweile ebenfalls mit verbesserten Hilfsmitteln untersuchten Auslöschungsverteilungen der Phosphore in einer besonderen Mitteilung zurück.

Heidelberg, Radiolog. Inst., Dezember 1909.

(Eingegangen 21. Dezember 1909.)

2. *Eine neue Methode zur Messung von Elliptizitäten des Lichtes mit Hilfe der Lummerschen Doppelringe; von Kurt Sorge.*

(Auszug aus der Breslauer Dissertation.)

§ 1. Einleitung.

Wenn man die Interferenzkurven „gleicher Neigung“ im homogenen *polarisierten* Lichte betrachtet, so sieht man bei gewissen Stellungen der Nicols eine eigentümliche *Verdoppelung* des Ring- oder Streifensystems.¹⁾ Das System der Interferenzminima auf hellem Grunde (*E*, Fig. 1) geht dabei über in ein

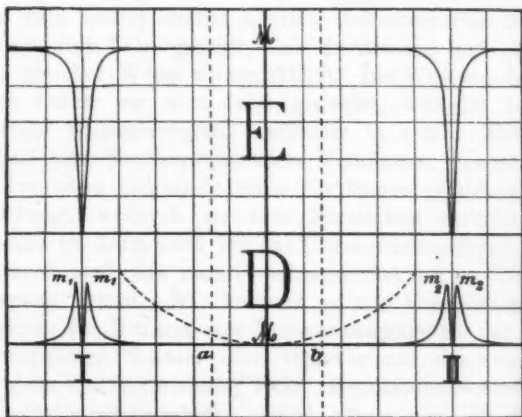


Fig. 1.

System von Interferenzmaximis auf dunklem Grunde (*D*, Fig. 1), jedoch so, daß an Stelle jedes Minimums zwei unmittelbar benachbarte Maxima *mm* auftreten. Näher betrachtet, unter-

1) O. Lummer, Ann. d. Phys. **23**, p. 49, 1907.

scheidet sich der Typus D von E nur durch die Anwesenheit eines breiten Zwischenminimums, dessen tiefster Punkt bei M liegt, während die Hauptminima I und II an Ort und Stelle geblieben sind. Das Zwischenminimum soll künftig als „*Verdoppelungsstreifen*“ bezeichnet werden.

Dreht man den Analysator bei feststehendem Polarisator aus der parallelen in die gekreuzte Stellung und wieder zurück, im ganzen um 180° , so geht der Typus E stetig in D über und umgekehrt, und zwar in folgender Weise: Die Intensität sinkt zuerst an allen Punkten zwischen I und II ungefähr gleichmäßig herab; bei einer bestimmten Analysatorstellung erscheint der Verdoppelungsstreifen, zuerst ganz flach, dann deutlicher ausgeprägt, wird ungefähr bei gekreuzter Stellung der Nicols (D , Fig. 1) absolut dunkel und verblaßt wieder, noch ehe die halbe Drehung vollendet ist.

Zu jeder Stellung des Polarisators gehört ein ganz bestimmtes Winkelgebiet des Analysators, in welchem Verdoppelung herrscht, d. h. der Verdoppelungsstreifen auftritt, das „*Verdoppelungsgebiet*“. In dieses Gebiet hinein fällt der Typus D der „*maximalen Verdoppelung*“. Die Grenzen des Gebietes, an welchen der Verdoppelungsstreifen erscheint und verschwindet, sind dadurch ausgezeichnet, daß die Stelle M der Intensitätskurve aus Konvexität in Konkavität übergeht bzw. umgekehrt. Erfahrungsgemäß vollzieht sich dieser Übergang an der einen, der maximalen Verdoppelung näher liegenden Grenze viel rascher als an der anderen; es findet ein „*Verdoppelungssprung*“ an jener Stelle statt. — Die letzten drei Definitionen rühren von H. Schulz her.

Die Doppelringe oder Doppelstreifen wurden zuerst von O. Lummer beobachtet und erklärt. Zugleich leitete er die Erscheinung theoretisch her, indem er die bekannte Airysche Formel in geeigneter Weise für polarisiertes Licht erweiterte.

Beschränkt man sich von vornherein, wie wir das auch hier stets tun wollen, auf das an der planparallelen Platte reflektierte Licht, so lautet die gewöhnliche Airysche Formel für die Intensität J im Vereinigungspunkte der parallelen Strahlen:

$$(1) \quad J = \frac{4\sigma^2 \sin^2 \beta/2}{(1 - \sigma^2)^2 + 4\sigma^2 \sin^2 \beta/2}.$$

Darin bedeutet σ^2 den Fresnelschen Reflexionsfaktor, β den Gangunterschied zweier aufeinander folgender Strahlen s_1, s_2, s_3 usw. (Fig. 2); die Intensität des einfallenden Strahles s ist

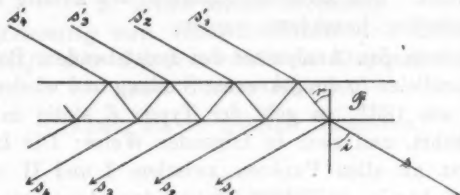


Fig. 2.

gleich 1 gesetzt und die Zahl der reflektierten Strahlen als ∞ angenommen.

Für polarisiertes Licht ergibt sich nach Lummer:

$$(2) \quad \begin{cases} J = \mathfrak{M}_{\perp}^2 (A_{\perp}^2 + B_{\perp}^2) + \mathfrak{M}_{\parallel}^2 (A_{\parallel}^2 + B_{\parallel}^2) \\ \quad + 2 \mathfrak{M}_{\perp} \mathfrak{M}_{\parallel} (A_{\perp} A_{\parallel} + B_{\perp} B_{\parallel}), \end{cases}$$

wo:

$$A_{\perp} = \frac{2\sigma_{\perp}(1 + \sigma_{\perp}^2) \sin^2 \beta/2}{(1 - \sigma_{\perp}^2)^2 + 4\sigma_{\perp}^2 \sin^2 \beta/2},$$

$$A_{\parallel} = \frac{2\sigma_{\parallel}(1 + \sigma_{\parallel}^2) \sin^2 \beta/2}{(1 - \sigma_{\parallel}^2)^2 + 4\sigma_{\parallel}^2 \sin^2 \beta/2},$$

$$B_{\perp} = \frac{\sigma_{\perp}(1 - \sigma_{\perp}^2) \sin \beta}{(1 - \sigma_{\perp}^2)^2 + 4\sigma_{\perp}^2 \sin^2 \beta/2},$$

$$B_{\parallel} = \frac{\sigma_{\parallel}(1 - \sigma_{\parallel}^2) \sin \beta}{(1 - \sigma_{\parallel}^2)^2 + 4\sigma_{\parallel}^2 \sin^2 \beta/2},$$

$$\mathfrak{M}_{\perp} = \cos \alpha \cos \delta,$$

$$\mathfrak{M}_{\parallel} = \sin \alpha \sin \delta$$

ist. α bzw. δ sind die Neigungswinkel der Schwingungsrichtung von Polarisator und Analysator gegen die Einfallsebene, $\sigma_{\perp}, \sigma_{\parallel}$ die Fresnelschen Reflexionskoeffizienten für \perp bzw. \parallel zur Einfallsebene polarisiertes Licht.

Tatsächlich stellt Formel (2) je nach dem Werte von δ bei bestimmtem α bald das einfache, bald das verdoppelte Phänomen dar. Am einfachsten kommt dies zum Ausdruck, wenn man die Nullstellen untersucht. Formel (2) hat außer

denselben von σ_{\perp} , σ_{\parallel} , α , δ unabhängigen Nullstellen wie Formel (1), nämlich $\beta = 2\pi, 4\pi, 6\pi$ usw. ($\sin^2 \beta/2 = 0$), welche den *Hauptminimis* entsprechen, noch die Nullstellen $\beta = \pi, 3\pi, 5\pi$ usw. ($\sin^2 \beta/2 = 1$) unter der besonderen Bedingung, daß:

$$(2a) \quad \operatorname{tg} \delta = -\operatorname{ctg} \alpha \frac{A_{\perp}}{A_{\parallel}}$$

ist, also nur bei einer ganz bestimmten Analysatorstellung. Diese *Zwischenminima* repräsentieren den Verdoppelungsstreifen bei größter Dunkelheit (*M*, Fig. 1 *D*), das δ in (2a) die zugehörige Analysatorstellung.

Die Lummerschen Doppelringe wurden zum ersten Male von H. Schulz¹⁾ zur Untersuchung isotroper und anisotroper Medien im reflektierten Lichte benutzt. Schulz ließ die Strahlen s_1 , s_2 , s_3 usw. (Fig. 2), bevor sie durch Analysator und Beobachtungsfernrohr gelangten, an der zu untersuchenden Fläche reflektieren und studierte den Einfluß dieser Reflexion auf das Verdoppelungsphänomen. Es zeigte sich, daß die zur maximalen Verdoppelung und zum Verdoppelungssprung gehörige Einstellung des Analysators im allgemeinen geändert wurde. Umgekehrt konnte H. Schulz aus der „Wanderung“ des Verdoppelungssprungs bestimmte Schlüsse ziehen auf die bei der Reflexion stattfindenden *Amplitudenänderungen* ϱ_{\perp} und ϱ_{\parallel} (Schwächungsfaktoren) der \perp und \parallel polarisierten Komponenten. Zu diesem Zwecke führte er ϱ_{\perp} und ϱ_{\parallel} in die Rechnung ein und erhielt als Ausdruck für die Intensitätsverteilung im Interferenzphänomen nach der Reflexion:

$$(3) \quad \begin{cases} J = M_{\perp}^2 (A_{\perp}^2 + B_{\perp}^2) + M_{\parallel}^2 (A_{\parallel}^2 + B_{\parallel}^2) \\ \quad + 2 M_{\perp} M_{\parallel} (A_{\perp} A_{\parallel} + B_{\perp} B_{\parallel}), \end{cases}$$

worin:

$$M_{\perp} = \varrho_{\perp} \cos \alpha \cos \delta, \quad M_{\parallel} = \varrho_{\parallel} \sin \alpha \sin \delta$$

ist. Besondere Annahme ist dabei, daß ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} für alle Strahlen s_1 , s_2 usw. gleich ist, mit anderen Worten, daß die reflektierende Fläche isotrop ist; außerdem soll die Einfallsebene der Versuchsfläche mit der Ebene der Strahlen s_1 , s_2 usw. zusammenfallen.

1) H. Schulz, Inaug.-Dissert. Breslau 1908 und Ann. d. Phys. 26. p. 199. 1908.

Auch den Einfluß von *Elliptizitäten*, wie sie in der Gegend des Brewsterschen Winkels auftreten, hatte Schulz bereits in ähnlicher Weise in Rechnung gezogen. Unter der Annahme, daß bei der Reflexion an der Versuchsfläche zwischen den Hauptkomponenten jedes der Strahlen s_1 , s_2 usw. die Phasendifferenz Δ^1) entsteht, leitete er für die Intensitätsverteilung folgenden Ausdruck ab:

$$(4) \quad \begin{cases} J = M_{\perp}^2 (A_{\perp}^2 + B_{\perp}^2) + M_{\parallel}^2 (A_{\parallel}^2 + B_{\parallel}^2) + 2 M_{\perp} M_{\parallel} \\ \quad [\cos \Delta (A_{\perp} A_{\parallel} + B_{\perp} B_{\parallel}) - \sin \Delta (A_{\perp} B_{\parallel} - A_{\parallel} B_{\perp})] \end{cases}$$

ohne ihn indessen näher zu diskutieren.

Von der Diskussion dieses Ausdruckes nach zwei bestimmten Gesichtspunkten ging ich bei Beginn der vorliegenden Arbeit aus. Im Laufe der Untersuchung wurde ich dann zu der neuen empfindlichen Methode der Elliptizitätsmessung geführt, welche im folgenden dargelegt werden soll. Dem Gange der Entwicklung folgend schicke ich die Diskussion von (4) voraus.

§ 2. Diskussion des Ausdruckes (4).

Der Ausdruck (4) ist von den in der Form untereinander übereinstimmenden (2) und (3) wesentlich verschieden. So erklärt es sich, daß die *Amplitudenänderungen* bei der Reflexion (3) gegenüber dem direkten Phänomen (2) nur eine Verlagerung des Verdoppelungsgebietes bewirken, während die *Phasendifferenz* Δ den Charakter des Phänomens selbst ändert. Dementsprechend hatte bereits Schulz auf experimentellem Wege zwischen der Erscheinung bei linear polarisiertem und bei elliptisch polarisiertem Lichte einen auffälligen Unterschied konstatiert.

Dieser bezog sich auf die Intensität an der Stelle $\sin^2 \beta/2 = 1$ (M , Fig. 1) zwischen zwei Hauptstreifen ($\sin^2 \beta/2 = 0$) bzw. auf den Wechsel dieser Intensität beim Drehen des Analysators. Dreht man den Analysator bei feststehendem Polarisator im ganzen um 180° und faßt nur die Stelle $\sin^2 \beta/2 = 1$ ins Auge, so erhält man bei linear polarisiertem Lichte einmal absolute Dunkelheit (maximale Verdoppelung,

1) Δ ist positiv definiert, wenn die \perp polarisierte Komponente der \parallel polarisierten in der Phase vorausseilt.

D, Fig. 1) und einmal maximale Helligkeit (E , Fig. 1). Bei elliptisch polarisiertem Lichte dagegen erfährt das Minimum eine Aufhellung, gleichzeitig wird das Maximum dunkler, die Intensitätsschwankung wird also kleiner. Dieselbe hängt ab vom Werte der Phasendifferenz Δ , und zwar fand Schulz experimentell, daß sie bis zu 0 abnimmt, wenn Δ von 0 bis $\pi/2$ wächst, vorausgesetzt, daß der Polarisatorwinkel $\alpha = 45^\circ$ ist. Schulz hatte daran den Vorschlag geknüpft, die Helligkeitsschwankung $J_{\max.} - J_{\min.}$ photometrisch zu messen und auf diese Weise die Phasendifferenz Δ zu bestimmen, wobei man keiner kompensierenden Vorrichtung (Babinetscher Kompensator oder dgl.) bedarf.

Um dies ausführen zu können, hat man zunächst $J_{\max.} - J_{\min.}$ mathematisch als Funktion von Δ darzustellen. In meiner Dissertation habe ich diese Rechnung durchgeführt und ihr Resultat experimentell geprüft. Ich kam zum Schluß, daß die Methode praktisch unbrauchbar ist und zum mindesten auf eine einfachere zurückgeführt werden kann, die mit dem Interferenzphänomen an sich nichts mehr zu tun hat. Aus der Theorie floß dabei folgendes für die Auffassung des ganzen Phänomens wichtige Ergebnis.

Je näher σ_{\perp} , σ_{\parallel} der 1 kommt, um so mehr zieht sich der Einfluß der vielfach reflektierten Strahlen s_2 bis s_{∞} , der bei kleinem $\sigma_{\perp} \sigma_{\parallel}$ das Phänomen gleichmäßig beherrscht, auf die unmittelbare Umgebung der Hauptstreifen zurück. Die Stelle $\sin^2 \beta/2 = 1$ zwischen zwei Hauptstreifen wird mit immer größerer Annäherung in ihrer Intensität durch den Strahl s_1 allein bestimmt. Da man in praxi stets mit großen Werten von $\sigma_{\perp} \sigma_{\parallel}$ operieren muß, um möglichst scharfe Hauptminima und ein möglichst deutlich ausgeprägtes Verdoppelungsphänomen zu erhalten,¹⁾ so wählt man am besten streifende Inzidenz an der planparallelen Platte. Hier hat man also bei aller Kompliziertheit des Phänomens stets den Anhalt, daß sich die Stelle $\sin^2 \beta/2 = 1$ nur nach dem Strahl s_1 richtet, gleichviel ob das Licht linear oder elliptisch polarisiert ist. Bei linear polarisiertem Lichte folgt daraus im besonderen, die schon

1) Fig. 1 ist einem Inzidenzwinkel von $89^\circ 30'$ entsprechend gezeichnet.

von Prof. Lummer beobachtete Tatsache, daß maximale Verdoppelung gleichbedeutend ist mit Auslöschung des Strahles s_1 durch den Analysator.

Von einem ganz anderen Gesichtspunkte aus lernte ich das Phänomen kennen bei dem Versuche, eine analytische Formulierung für den Verdoppelungssprung im Falle *elliptisch polarisierten* Lichtes zu gewinnen.

Wie angedeutet, war es H. Schulz gelungen, aus der Wanderung des Verdoppelungssprunges das Verhältnis der Reflexionskoeffizienten $\rho_{\perp}/\rho_{\parallel}$ zu berechnen. Aus gewissen Abweichungen dieses Verhältnisses vom normalen Verlauf am Brewsterschen Winkel schloß Schulz mit Recht, daß auch die Phasendifferenz Δ ihrerseits eine Wanderung des Verdoppelungssprunges bewirkt. Es war in der vorliegenden Abhandlung geplant, diese Tatsache zur Bestimmung von Δ zu benützen. Der Versuch scheiterte aber an der unüberwindlichen Schwierigkeit, mit welcher die Formulierung des Verdoppelungssprunges im Falle $\Delta \neq 0$ verbunden ist. Da sich nämlich der Übergang aus Konvexität in Konkavität nicht mehr wie im Falle $\Delta = 0$ an der Stelle $\sin^2 \beta/2 = 1$ vollzieht, so fallen alle Vereinfachungen fort, welche die Verwendung des spezialisierten Ausdruckes $J_{\sin^2 \beta/2 = 1}$ mit sich bringt.

Trotzdem war die Untersuchung nicht vergeblich. Sie förderte zunächst einen neuen wichtigen Unterschied zwischen der Erscheinung bei linear und bei elliptisch polarisiertem Lichte zutage, der sich folgendermaßen ausdrücken läßt.

Bei linear polarisiertem Lichte verläuft die Intensitätskurve stets *symmetrisch* zur Mittelordinate in M (Fig. 1), bei elliptisch polarisiertem Lichte im allgemeinen *unsymmetrisch*.

Bildet man nämlich aus Formel (4) (p. 690) den Ausdruck

$$\left(\frac{\partial J}{\partial \beta} \right)_{\sin^2 \beta/2 = 1},$$

so erhält man unter der Vereinfachung, daß man σ_{\perp} , σ_{\parallel} zwischen zwei Hauptstreifen als konstant ansieht (unter welcher auch z. B. Fig. 1 gezeichnet ist):

$$(5) \quad \left(\frac{\partial J}{\partial \beta} \right)_{\sin^2 \beta/2 = 1} = \frac{2 \rho_{\perp} \rho_{\parallel} \sigma_{\perp} \sigma_{\parallel} (\sigma_{\parallel}^2 - \sigma_{\perp}^2) \sin 2\alpha \cdot \sin 2\delta \cdot \sin \Delta}{(1 + \sigma_{\perp}^2)^2 (1 + \sigma_{\parallel}^2)^2},$$

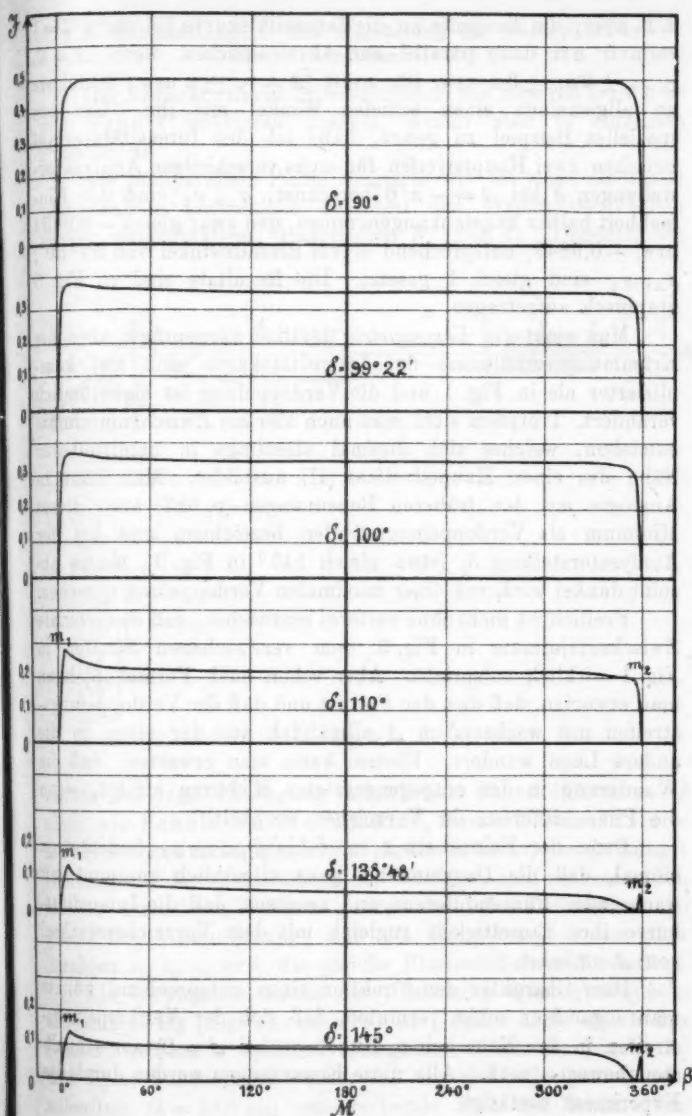


Fig. 3.

d. h. aber: die Tangente an die Intensitätskurve bei $\sin^2 \beta/2 = 1$ verläuft nur dann parallel zur Abszissenachse, wenn $\Delta = 0, \pm \pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi$ usw. ist; sonst ($\Delta \neq 0, \pm \pi$ usw.) bildet sie im allgemeinen einen schiefen Winkel mit ihr. Um ein spezielles Beispiel zu geben, habe ich den Intensitätsverlauf zwischen zwei Hauptstreifen für sechs verschiedene Analysatorstellungen δ bei $\Delta = -\pi/6$ berechnet, $\sigma_{\perp}, \sigma_{\parallel}$ sind der Einfachheit halber konstant angenommen, und zwar gleich $-0,9654$ bzw. $-0,9849$, entsprechend einem Einfallswinkel von $89^\circ 30'$; $\varrho_{\perp}, \varrho_{\parallel}$ sind gleich 1 gesetzt. Die Resultate sind in Fig. 3 graphisch aufgetragen.

Man sieht die *Unsymmetrie* deutlich ausgeprägt; aber die Krümmungsverhältnisse der Intensitätskurve sind viel komplizierter als in Fig. 1 und die Verdoppelung ist eigentümlich verändert. Trotzdem sieht man auch hier ein Zwischenminimum entstehen, welches sich diesmal allerdings in unmittelbarer Nähe des einen Hauptstreifens (II) ausbildet. Man kann in Analogie mit den früheren Benennungen (p. 687) auch dieses Minimum als Verdoppelungsstreifen bezeichnen und bei der Analysatorstellung δ_0 (etwa gleich 145° in Fig. 3), wo es absolut dunkel wird, von einer maximalen Verdoppelung sprechen.

Freilich ist nicht ohne weiteres einzusehen, daß das schmale Zwischenminimum in Fig. 3 dem verwaschenen Streifen in Fig. 1 wirklich entspricht. Aber schon nach Formel (5) kann man erwarten, daß dies der Fall ist und daß der Verdoppelungsstreifen mit wachsendem Δ allmählich aus der einen in die andere Lage wandert. Ebenso kann man erwarten, daß die Wanderung in der entgegengesetzten Richtung erfolgt, wenn die Phasendifferenz ihr Vorzeichen wechselt.

Denn der Faktor $\sin \Delta$ in $(\partial J / \partial \beta)_{\sin^2 \beta/2 = 1}$ bedeutet ja einmal, daß die Unsymmetrie ganz allmählich zunimmt mit wachsender Phasendifferenz und zweitens, daß die Intensitätskurve ihre Einseitigkeit zugleich mit dem Vorzeichenwechsel von Δ umkehrt.

Dem Charakter der Funktion sinus entsprechend könnte man sogar hier schon vermuten, daß sich der Verdoppelungsstreifen in der Nähe seiner Ruhelage (bei $\Delta = 0$) am schnellsten bewegen muß. Alle diese Erwartungen werden durch das Experiment bestätigt.

§ 3. Beobachtungen. Die Wanderung des Verdoppelungsstreifens.

Der Apparat stimmt im wesentlichen mit dem von Lummer und Schulz benutzten überein, weicht aber in einzelnen Punkten ab.

Als planparallele Platte fungierte wie bei jenen die dünne planparallele Luftschicht zwischen den Hypotenusenflächen zweier rechtwinkliger Glasprismen W (Fig. 4). Dagegen be-

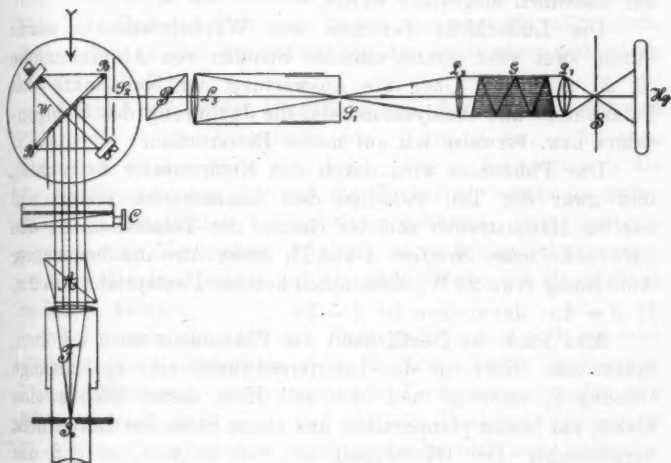


Fig. 4.

nutzte ich zur Erzeugung künstlicher Phasendifferenzen Δ nicht wie Schulz ein $\lambda/4$ Blättchen, sondern einen Soleil-Babinetschen Kompensator für paralleles Licht, dessen Längsrichtung mit der Einfallsebene der Würfelprismen zusammenfiel. Der so orientierte Babinet genügt der bei Ableitung von (4) gemachten Voraussetzung, daß die Hauptkomponenten aller Strahlen s_1, s_2, s_3 usw. die gleiche Phasendifferenz Δ erhalten.

Als Lichtquelle diente die lichtstarke Quarzglas-Quecksilberlampe Hg (Fig. 4) von Heraeus, deren Licht durch das Gradsichtprisma G spektral zerlegt und durch die Linsen L_1 und L_2 so konzentriert wurde, daß das der hellgrünen Quecksilberlinie ($\lambda = 546 \mu\mu$) entsprechende Bild des leuchtenden

Spaltes S auf den Kollimatorspalt S_1 fiel. S_1 befand sich im Brennpunkt der Kollimatorlinse L_3 . Vom Kollimator gelangten parallele, annähernd homogene Strahlen durch ein polarisierendes Nicolsches Prisma P nach dem Interferenzwürfel W . Von dort, ungefähr unter dem Grenzwinkel der Totalreflexion reflektiert, durchsetzten sie den Soleil-Babinetschen Kompensator für paralleles Licht C und drangen schließlich durch den Analysator A in das Beobachtungsfernrohr F ein, welches auf unendlich eingestellt wurde.

Die Luftschicht zwischen den Würfelprismen¹⁾ wurde durch zwei sehr dünne schmale Streifen von Aluminiumfolie (B, B) gebildet. Über die Auswertung der Nullpunkte von Polarisator- und Analysatorskala, die Justierung des Kompensators usw. verweise ich auf meine Dissertation.

Das Phänomen wird durch den Kompensator betrachtet, und zwar der Teil zwischen dem haarscharfen ersten und zweiten Hauptstreifen von der Grenze der Totalreflexion, den „Herschelschen Streifen“ I und II, deren Abstand bei meiner Anordnung etwa 20 Winkelminuten betrug. I entspricht $\beta = 2\pi$, II $\beta = 4\pi$; dazwischen ist $\beta = 3\pi$.

Man kann die Deutlichkeit des Phänomens noch erhöhen, indem man dicht vor den Interferenzwürfel eine spaltförmige Öffnung S_2 anbringt und sich mit Hilfe dieser Blende eine kleine, am besten planparallele und ebene Stelle der Luftschicht herausucht. Der Okularspalt sei weit *geöffnet*, so daß das Gesichtsfeld rechts und links nur durch die Ränder des Kollimatorspaltes (d. h. durch das Abbild desselben in der Brennebene des Fernrohres F) begrenzt wird. Der Kompensator stehe genau auf $\Delta = 0$, der Analysator auf maximaler Verdoppelung.

Der Polarisator soll durchweg einen Winkel von 45° mit der Einfallsebene einschließen.

Sobald man jetzt am Kompensator ein wenig verstellt, wird der Verdoppelungsstreifen beweglich, während die Hauptstreifen feststehen bleiben. Schraubt man z. B. im Sinne positiver Phasendifferenzen, so wandert der Verdoppelungs-

1) Es waren Glasprismen vom Brechungsquotienten $n = 1,518$ für das benutzte Licht.

streifen in der Richtung auf I zu, bei negativen Phasendifferenzen bewegt er sich nach II; gleichzeitig wird er schmaler und schärfer, sowie er seinen Platz an der Stelle $\beta = 3\pi$ verläßt. Er bleibt auch dann noch absolut dunkel, solange man nicht über $\Delta = \pm \pi/10$ etwa hinausgeht. Später muß man den Analysator etwas nachdrehen, um ihn auf größte Dunkelheit (auf maximale Verdoppelung) zu bringen. Auch bewegt sich der Verdoppelungsstreifen dann immer langsamer. Schließlich bleibt er in der Gegend von $\Delta = \pm \pi/4$ in unmittelbarer Nähe der Hauptstreifen ganz stehen und verblaßt allmählich, ohne daß man dies durch Drehung des Analysators verhindern könnte.

Ebenso wie in der Umgebung von $\Delta = 0$ verhält sich das Phänomen in der Umgebung von $\pm 2\pi$, $\pm 4\pi$, $\pm 6\pi$ usw. Aber auch in der Nähe von $\pm \pi$, $\pm 3\pi$, $\pm 5\pi$ zeigt sich die gleiche Erscheinung, nur daß die Winkel δ_0 , welche im ersten Falle zur maximalen Verdoppelung gehörten, jetzt das entgegengesetzte Vorzeichen erhalten, so daß die Schwingungsrichtung des Analysators auf die andere Seite der Hauptebene zu liegen kommt.

Geht man also von der Phasendifferenz $\Delta = 0$ aus und verstellt den Kompensator stets im Sinne *positiv* wachsender Phasendifferenzen, wobei man *den Verdoppelungsstreifen mit Hilfe des Analysators immer auf absoluter Dunkelheit (maximaler Verdoppelung) zu erhalten sucht*, so beobachtet man folgendes.

Der Verdoppelungsstreifen rückt aus seiner „Ruhelage“ zuerst sehr schnell, dann langsam nach I, macht in unmittelbarer Nähe von I Halt und verblaßt etwa bei $\Delta = +\pi/4$. Es folgt ein Gebiet der Phasendifferenzen, wo keine maximale Verdoppelung und endlich überhaupt keine Verdoppelung mehr existiert. Erst bei $\pm 3\pi/4$ etwa taucht der Verdoppelungsstreifen wieder auf, diesmal unmittelbar bei II, wird wieder absolut dunkel und wandert zuerst langsam, dann sehr schnell in die Ruhelage zurück. Inzwischen ist die Schwingungsrichtung des Analysators auf die andere Seite der Hauptebene gelangt. Von hier ab wiederholt sich das Spiel, bis bei $\Delta = 2\pi$ der Verdoppelungsstreifen wieder in die Ruhelage und der Analysator in die alte Stellung zurückkehrt.

Erzeugt man *negativ* wachsende Phasendifferenzen, so er-

folgt die Wanderung im umgekehrten Sinne, in der Richtung von I nach II, im übrigen ganz ähnlich.

Bisher hatten wir angenommen, daß das vom Würfel kommende Licht streng linear polarisiert ist. In Wirklichkeit ist das nicht der Fall, sondern die beiden Hauptkomponenten jedes Strahles erhalten schon bei der Reflexion an der Luftschicht im Interferenzwürfel, an welcher sie dicht vor der Grenze der Totalreflexion, aber noch im Gebiete der gewöhnlichen Reflexion gespiegelt werden, eine Phasendifferenz $\Delta = -\pi + \epsilon$, wo ϵ allerdings außerordentlich klein ist. Wie zu erwarten, macht sich diese geringe Elliptizität dadurch geltend, daß der Verdoppelungsstreifen, auch wenn der Kompensator auf Null steht, oder wenn man den Kompensator überhaupt fortnimmt, nicht genau an der Stelle $\beta = 3\pi$, sondern etwas mehr nach dem Hauptstreifen I zu liegt. Betrachtet man nur den Raum zwischen I und II, so fällt dies nicht auf, weil die Stelle $\beta = 3\pi$ ohnehin nicht genau in der Mitte zwischen I und II liegt. Es wird erst bemerkbar, wenn man einen größeren Teil des Phänomens gleichzeitig überblickt. Praktisch ist es später gleichgültig, ob man die Wanderung des Streifens von jener etwas abweichenden Ruhelage ausgehen läßt oder von der Stelle $\beta = 3\pi$ selbst. Wo aber dieser Umstand besonders berücksichtigt werden muß, wird noch darauf hingewiesen werden.

Aus den Beobachtungen ging hervor, daß sich der Verdoppelungsstreifen in der Nähe der Ruhelage am schnellsten bewegt, daß also einer sehr geringen Phasendifferenz Δ schon eine relativ große Verschiebung aus der Ruhelage entspricht. Das legt den Gedanken nahe, eben diese Verschiebung des Verdoppelungsstreifens als Kriterium für sehr geringe Elliptizitäten des Lichtes zu benutzen. Wie empfindlich dieses Kriterium ist, soll im folgenden gezeigt werden.

Zwar ist der Verdoppelungsstreifen gerade in der Nähe der Ruhelage breit und verschwommen (Fig. 1). Man kann aber die Beobachtung einer sehr kleinen Verschiebung desselben wesentlich erleichtern, wenn man ihn mit Hilfe des Okularspaltes S_0 allmählich einengt, bis man seinen dunkelsten Teil symmetrisch zwischen die Spaltränder gebracht hat. Infolge einer Kontrastwirkung an den Spalträndern *schrumpft* nämlich

der Verdoppelungsstreifen scheinbar zusammen. Dadurch erhält er etwa das Aussehen, wie es die gestrichelte, direkt durch Vergrößerung gewonnene Kurve in Fig. 1 andeutet: Alle Intensitäten in unmittelbarer Nähe des Minimums (M) werden scheinbar vergrößert (die Ordinaten bei a und b sollen die Ränder des Okularspaltes markieren).

Benutzt man das genannte Kriterium zunächst einmal zur *Eichung des Kompensators*, so kann man es auf seine Empfindlichkeit unmittelbar prüfen. Der Kompensator zeigt offenbar dann die Phasendifferenz 0 oder $\pm 2\pi$, $\pm 4\pi$ usw. an, wenn der Verdoppelungsstreifen durch ihn hindurch gesehen genau an derselben Stelle zwischen den Hauptstreifen I und II erscheint, wie *ceteris paribus* ohne Kompensator betrachtet. Demnach ist die Eichung folgendermaßen vorzunehmen:

1. Der Kompensator wird entfernt, der Analysator auf maximale Verdoppelung gestellt und der Verdoppelungsstreifen mit Hilfe des Okularspaltes unter gleichzeitiger Drehung des Fernrohres F soweit eingengt, daß er genau symmetrisch zwischen die Spaltränder zu liegen kommt.

2. Darauf hält man den Okularspalt und das Fernrohr F fest, bringt den Kompensator ein, justiert ihn und schraubt an der Trommel so lange, bis der Verdoppelungsstreifen wiederum genau symmetrisch zwischen den Spalträndern liegt. Das tritt ein bei der Phasendifferenz $\Delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi$ usw.¹⁾ Zur Kontrolle kann man auch noch den Analysator auf die andere Seite der Hauptebene drehen und erhält dann die zu $\Delta = \pm \pi, \pm 3\pi$ usw. gehörigen Trommelzahlen.

Bei der Einstellung des Verdoppelungsstreifens achtet man am besten darauf, daß die hellen Einfassungen rechts und links gleich breit erscheinen. Dann erzielt man schon nach kurzer Übung eine große Genauigkeit. So konstatierte ich bei 10 Einstellungen mit dem Kompensator als größte Abweichung vom Mittel (in Wellenlängen ausgedrückt) nur $0,0007\lambda$. Die Phasendifferenz $\Delta = \pm 0,001\lambda$ oder $\pm 0,002\pi$

1) Welche von den Trommelstellungen der Phasendifferenz 0 entspricht, läßt sich nur durch Versuche mit weißem Lichte entscheiden.

war noch direkt an der Verschiebung des Verdoppelungsstreifens zu erkennen.¹⁾

Führt man also zwischen Interferenzwürfel und Kompensator einen Gegenstand ein, welcher eine beliebige Phasendifferenz Δ erzeugt (etwa eine planparallele, parallel zur Achse geschnittene doppelt brechende Kristallplatte), und mißt die Phasendifferenz, indem man sie durch den Kompensator künstlich auf 0 reduziert, so ist diese Messung schon bei einer einzigen Einstellung bis auf $\pm \lambda/1000$ richtig. Dabei ist natürlich vorausgesetzt, daß der Nullpunkt des Kompensators absolut genau bestimmt ist. Damit aber die Fehler der Nullpunktbestimmung nicht größer sind als die Fehler der Messung, müssen zur Festlegung des Nullpunktes mindestens doppelt so viel Einstellungen ohne Kompensator mit dem Okularspalt²⁾ (1, p. 699) und doppelt so viel Einstellungen an der Kompensatortrommel (2, p. 699) gemacht werden als Trommelleinstellungen zur Messung der Phasendifferenz. Denn derselbe Fehler, mit welchem die Messung der Phasendifferenz behaftet ist, tritt bei der Nullpunktbestimmung zweimal auf, im Stadium 1 und im Stadium 2, und kann sich daher im ungünstigsten Falle verdoppeln.

Ehe das gewonnene Kriterium praktisch benutzt werden kann, bedürfen die experimentell gefundenen Tatsachen noch einer theoretischen Ergänzung.

Der Kompensator, in den Strahlengang zwischen Würfel und Analysator gebracht und richtig justiert, bewirkt zwar außer einer bestimmten Phasendifferenz zwischen den Hauptkomponenten jedes Strahles auch eine Änderung ihrer Amplituden. Aber beide Komponenten werden beim Durchtritt im gleichen Verhältnis geschwächt ($\rho_{\perp} = \rho_{\parallel} = \rho$). Selbstverständlich kann diese Schwächung auf den Charakter der Erscheinung, die Lage des Verdoppelungsstreifens, die zur

1) In Wirklichkeit ist das Kriterium wahrscheinlich genauer, denn die enge Öffnung des Kompensators läßt nur wenige von den Strahlen s_1, s_2, s_3 usw. (Fig. 2) hindurch, so daß das Phänomen an Deutlichkeit verliert.

2) Um die Verschiebung des Okularspaltes messen zu können, sind die letzten feinen Einstellungen im Stadium 1 nur durch Drehung des Fernrohrs F um die Achse des Spektrometers zu bewerkstelligen.

maximalen Verdoppelung gehörige Analysatorstellung usw. keinen Einfluß haben. Praktisch liegt aber die Sache im allgemeinen so, daß gleichzeitig mit der Phasendifferenz eine *ungleiche* Schwächung der beiden Hauptkomponenten verbunden ist, z. B. wenn man das Phänomen an einer Glasfläche im Brewsterschen Gebiet reflektieren läßt. Diese ungleiche Schwächung der Hauptkomponenten soll im folgenden stets verstanden werden, wenn von Amplitudenänderungen überhaupt die Rede ist. Es fragt sich, ob bei Anwesenheit solcher Amplitudenänderungen die Wanderung des Verdoppelungsstreifens unter dem Einfluß der Phasendifferenz noch genau so vor sich geht, als wenn *nur* Phasendifferenzen vorhanden sind.

Zunächst steht soviel fest, daß im Falle $\Delta = 0$ Amplitudenänderungen allein keine Verschiebung des Streifens bewirken können. Denn es ist schon früher dargelegt worden, daß die ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} nur eine Verlagerung des Verdoppelungsgebietes, aber keine Änderung im Charakter der Erscheinung bewirken (p. 690). Tritt also eine Verschiebung des Streifens aus der „Ruhelage“ ein, so kann nur die Phasendifferenz allein oder gleichzeitig mit Amplitudenänderungen daran schuld sein, d. h.: Die Verschiebung des Verdoppelungsstreifens aus der Ruhelage ($\sin^2 \beta/2 = 1$) ist ein *eindeutiges* Kriterium für das Vorhandensein einer Phasendifferenz Δ .

Damit ist aber noch nicht erwiesen, ob der Streifen, einmal aus der Ruhelage entfernt, auch weiterhin nur durch Änderung der Phasendifferenz oder auch durch Amplitudenänderung verschoben wird. Das muß unbedingt klargestellt werden. Denn, wie wir wissen, befindet sich der Verdoppelungsstreifen von Anfang an gar nicht in der Ruhelage; wir haben es von vornherein mit einer kleinen unkompenzierten Phasendifferenz zu tun, derzufolge der Verdoppelungsstreifen etwas auf den Hauptstreifen I zu verschoben erscheint (vgl. p. 698).

Einzelne Beobachtungen, bei welchen Amplitudenänderungen und Phasendifferenzen gleichzeitig ins Spiel kommen, z. B. bei der Reflexion des Phänomens an einer Glasfläche unter verschiedenen Einfallswinkeln, können über diese Fragen keinen allgemein gültigen Aufschluß geben. Hier muß die *Theorie* einsetzen, deren Aufgabe es ist, zu jedem beliebigen

Werte von Δ , ϱ_{\perp} und ϱ_{\parallel} die Lage β_0 des Verdoppelungsstreifens zwischen zwei Hauptstreifen, sowie auch die zur maximalen Verdoppelung (zur absoluten Dunkelheit des Verdoppelungsstreifens) notwendige Analysatorstellung δ_0 zu ermitteln.

Vorausgreifend sei bemerkt, daß es mit Hilfe der Theorie gelingt, den folgenden wichtigen Satz zu beweisen:

Die Lage des Verdoppelungsstreifens β_0 zwischen zwei bestimmten Hauptstreifen bei maximaler Verdoppelung hängt, solange überhaupt eine maximale Verdoppelung existiert, einzig und allein von der Phasendifferenz Δ , die Analysatorstellung δ_0 dagegen bei jeder Lage des Streifens von den Amplitudenänderungen ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} und dem Azimut α des Polarisators ab.

§ 4. Theorie der neuen Methode.

Die Lage des Verdoppelungsstreifens wird durch denjenigen Wert β_0 von β zwischen zwei Hauptstreifen, z. B. zwischen $\beta = 2\pi$ (I) und $\beta = 4\pi$ (II) repräsentiert, für welchen die Intensität $J = 0$ wird. Da dies immer nur bei einer einzigen ganz bestimmten Analysatorstellung δ_0 stattfinden kann, und die Intensität bei den unmittelbar benachbarten Stellungen des Analysators schon wieder einen endlichen Betrag haben muß, so berechnet sich β_0 aus den beiden Gleichungen:

$$(a) \quad J = 0$$

und

$$(b) \quad \frac{\partial J}{\partial \delta} = 0.$$

J und $\partial J / \partial \delta$ hängt außer von den bekannten Größen σ_{\perp} , σ_{\parallel} , α von β , Δ , ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} ab. Gleichung (b) nach δ aufgelöst gibt ein $\delta_{\min.}$ ($\delta_{\max.}$). Das ist die Analysatorstellung, bei welcher die Intensität an irgend einer Stelle β zwischen zwei Hauptstreifen und bei irgend welchen Werten von Δ , ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} ein Minimum (Maximum) besitzt.

Setzt man $\delta_{\min.}$ ($\delta_{\max.}$) in die linke Seite von (a) ein, so ergibt sich die Größe des Minimums (Maximums) an jeder Stelle β als Funktion von Δ , ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} . Setzt man alsdann den Ausdruck für das Minimum gleich 0, so erhält man für jede Stelle β eine Beziehung zwischen Δ und ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} , welche gelten

muß, damit an dieser Stelle die minimale Intensität Null beträgt, d. h. damit an dieser Stelle der Verdoppelungsstreifen liegt.

In der Rechnung wird sich zeigen, daß ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} ganz herausfällt; dann erhält man also zu jeder Lage des Verdoppelungsstreifen direkt das zugehörige Δ .

Somit ist der allgemeine Gang der Rechnung gekennzeichnet. Die wirkliche Ausrechnung gestaltet sich folgendermaßen:

Nach (4) war:

$$J = M_{\perp}^2 (A_{\perp}^2 + B_{\perp}^2) + M_{\parallel}^2 (A_{\parallel}^2 + B_{\parallel}^2) \\ + 2 M_{\perp} M_{\parallel} [\cos \Delta (A_{\perp} A_{\parallel} + B_{\perp} B_{\parallel}) - \sin \Delta (A_{\perp} B_{\parallel} - B_{\perp} A_{\parallel})].$$

Aus:

$$\frac{\partial J}{\partial \delta} = \frac{\partial J}{\partial M_{\perp}} \cdot \frac{\partial M_{\perp}}{\partial \delta} + \frac{\partial J}{\partial M_{\parallel}} \cdot \frac{\partial M_{\parallel}}{\partial \delta}$$

ergibt sich:

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{tg } 2\delta_{\text{max.}} = \\ \text{min.} \\ \frac{\varrho_{\perp} \varrho_{\parallel} \sin 2\alpha \{ \cos \Delta (A_{\perp} A_{\parallel} + B_{\perp} B_{\parallel}) - \sin \Delta (A_{\perp} B_{\parallel} - B_{\perp} A_{\parallel}) \}}{\cos^2 \alpha \cdot \varrho_{\perp}^2 (A_{\perp}^2 + B_{\perp}^2) - \sin^2 \alpha \varrho_{\parallel}^2 (A_{\parallel}^2 + B_{\parallel}^2)} \end{array} \right.$$

Man formt jetzt den Ausdruck (4) so weit um, daß δ nur noch in der Form $\text{tg } 2\delta$ vorkommt, und setzt dann (6) ein. Daraus ergibt sich:

$$J_{\text{max. min.}} = \frac{1}{2} \{ \varrho_{\perp}^2 \cos^2 \alpha (A_{\perp}^2 + B_{\perp}^2) + \varrho_{\parallel}^2 \sin^2 \alpha (A_{\parallel}^2 + B_{\parallel}^2) \\ \pm \sqrt{[\varrho_{\perp}^2 \cos^2 \alpha (A_{\perp}^2 + B_{\perp}^2) + \varrho_{\parallel}^2 \sin^2 \alpha (A_{\parallel}^2 + B_{\parallel}^2)]^2} \\ + \frac{\varrho_{\perp}^2 \varrho_{\parallel}^2 \sin^2 2\alpha [\cos \Delta (A_{\perp} A_{\parallel} + B_{\perp} B_{\parallel}) - \sin \Delta (A_{\perp} B_{\parallel} - B_{\perp} A_{\parallel})]^2}{\cos^2 \alpha \cdot \varrho_{\perp}^2 (A_{\perp}^2 + B_{\perp}^2) - \sin^2 \alpha \varrho_{\parallel}^2 (A_{\parallel}^2 + B_{\parallel}^2)} \}.$$

Hierbei bezieht sich das Minuszeichen auf das Minimum.

Setzt man $J_{\text{min.}} = 0$, so wird:

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} [\cos \Delta (A_{\perp} A_{\parallel} + B_{\perp} B_{\parallel}) - \sin \Delta (A_{\perp} B_{\parallel} - B_{\perp} A_{\parallel})]^2 \\ - (A_{\perp}^2 + B_{\perp}^2)(A_{\parallel}^2 + B_{\parallel}^2) = 0. \end{array} \right.$$

In dieser Beziehung zwischen Δ , β_0 und σ_{\perp} , σ_{\parallel} (denn A_{\perp} , A_{\parallel} , B_{\perp} , B_{\parallel} sind Funktionen von β , σ_{\perp} , σ_{\parallel} , und β bedeutet hier bereits die Lage des Verdoppelungssprunges β_0) ist ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} und α nicht mehr enthalten. Da bisher in der Rechnung noch keinerlei Vernachlässigungen gemacht wurden,

auch σ_{\perp} , σ_{\parallel} z. B. noch ruhig als variabel betrachtet werden kann (wobei dann β_0 implizite auch in σ_{\perp} , σ_{\parallel} vorkommt), so folgt in aller Strenge, daß die Lage des Verdoppelungsstreifens gänzlich unabhängig ist von ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} und α und allein abhängig von Δ .

Es bleibt jetzt noch übrig, die Gleichung (7) nach einer der beiden Größen Δ oder β_0 aufzulösen. Am einfachsten geschieht das nach Δ .

Berücksichtigt man, daß

$$A_{\perp}^2 + B_{\perp}^2 = \frac{4 \sigma_{\perp}^2 \sin^2 \beta_0 / 2}{(1 - \sigma_{\perp}^2)^2 + 4 \sigma_{\perp}^2 \sin^2 \beta_0 / 2},$$

$$A_{\parallel}^2 + B_{\parallel}^2 = \frac{4 \sigma_{\parallel}^2 \sin^2 \beta_0 / 2}{(1 - \sigma_{\parallel}^2)^2 + 4 \sigma_{\parallel}^2 \sin^2 \beta_0 / 2},$$

$$A_{\perp} A_{\parallel} + B_{\perp} B_{\parallel} = 4 \sigma_{\perp} \sigma_{\parallel} \sin^2 \beta_0 / 2 \cdot \frac{(1 - \sigma_{\perp}^2)(1 - \sigma_{\parallel}^2) + 2(\sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel}^2) \sin^2 \beta_0 / 2}{[(1 - \sigma_{\perp}^2)^2 + 4 \sigma_{\perp}^2 \sin^2 \beta_0 / 2][(1 - \sigma_{\parallel}^2)^2 + 4 \sigma_{\parallel}^2 \sin^2 \beta_0 / 2]},$$

$$A_{\perp} B_{\parallel} - B_{\perp} A_{\parallel} = 4 \sigma_{\perp} \sigma_{\parallel} \sin^2 \beta_0 / 2 \cdot \frac{\sin \beta_0 (\sigma_{\perp}^2 - \sigma_{\parallel}^2)}{[(1 - \sigma_{\perp}^2)^2 + 4 \sigma_{\perp}^2 \sin^2 \beta_0 / 2][(1 - \sigma_{\parallel}^2)^2 + 4 \sigma_{\parallel}^2 \sin^2 \beta_0 / 2]}$$

ist (vgl. die Werte von A_{\perp} , A_{\parallel} , B_{\perp} , B_{\parallel} auf p. 688) und kürzt durch $\sin^2 \beta_0 / 2$, da $\sin^2 \beta_0 / 2 = 0$ doch nur wieder auf die Hauptstreifen hinausführt, so erhält man:

$$(7a) \left\{ \begin{aligned} & [\cos \Delta ((1 - \sigma_{\perp}^2)(1 - \sigma_{\parallel}^2) + 2(\sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel}^2) \sin^2 \beta_0 / 2) \\ & - \sin \Delta \sin \beta_0 (\sigma_{\perp}^2 - \sigma_{\parallel}^2)]^2 - [(1 - \sigma_{\perp}^2)^2 + 4 \sigma_{\perp}^2 \sin^2 \beta_0 / 2] \\ & [(1 - \sigma_{\parallel}^2)^2 + 4 \sigma_{\parallel}^2 \sin^2 \beta_0 / 2] = 0. \end{aligned} \right.$$

Die beiden Ausdrücke

$$[(1 - \sigma_{\perp}^2)(1 - \sigma_{\parallel}^2) + 2(\sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel}^2) \sin^2 \beta_0 / 2]^2$$

und

$$[(1 - \sigma_{\perp}^2)^2 + 4 \sigma_{\perp}^2 \sin^2 \beta_0 / 2][(1 - \sigma_{\parallel}^2)^2 + 4 \sigma_{\parallel}^2 \sin^2 \beta_0 / 2]$$

sind gleich für $\sin^2 \beta_0 / 2 = 0$ und für $\sin^2 \beta_0 / 2 = 1$; dazwischen für $\sin^2 \beta_0 / 2 = 1/2$ beträgt ihre Differenz nur $(\sigma_{\perp}^2 - \sigma_{\parallel}^2)^2$, was bei Beobachtung dicht an der Grenze der Totalreflexion (Einfallswinkel $89^{\circ}30'$) kleiner ist als 0,0016. Das ist aber klein

gegenüber dem absoluten Wert dieser Ausdrücke, welcher sich, wenn σ_{\perp} , σ_{\parallel} nahezu 1 wird, der 4 nähert. Man kann also die beiden Ausdrücke praktisch gleich setzen. Dann läßt sich aber (7a) in der Form schreiben:

$$\sin^2 \Delta \{ [(1 - \sigma_{\perp}^2)(1 - \sigma_{\parallel}^2) + 2(\sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel}^2) \sin^2 \beta_0 / 2]^2 \\ - \sin^2 \beta_0 (\sigma_{\perp}^2 - \sigma_{\parallel}^2)^2 \} + 2 \cos \Delta \sin \Delta [(1 - \sigma_{\perp}^2)(1 - \sigma_{\parallel}^2) \\ + 2(\sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel}^2) \sin^2 \beta_0 / 2] \sin \beta_0 (\sigma_{\perp}^2 - \sigma_{\parallel}^2) = 0.$$

So erhält man schließlich:

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{tg } \Delta = \\ 2 \cdot \frac{[(1 - \sigma_{\perp}^2)(1 - \sigma_{\parallel}^2) + 2(\sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel}^2) \sin^2 \beta_0 / 2] \sin \beta_0 (\sigma_{\perp}^2 - \sigma_{\parallel}^2)}{[(1 - \sigma_{\perp}^2)(1 - \sigma_{\parallel}^2) + 2(\sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel}^2) \sin^2 \beta_0 / 2]^2 - \sin^2 \beta_0 (\sigma_{\perp}^2 - \sigma_{\parallel}^2)^2} \end{array} \right.$$

und, wenn man diesen Ausdruck in (6) einsetzt:

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{tg } 2 \delta_0 = \\ \pm \frac{\varrho_{\perp} \varrho_{\parallel} \sigma_{\perp} \sigma_{\parallel} \sin 2 \alpha [(1 - \sigma_{\perp}^2)(1 - \sigma_{\parallel}^2) + 2(\sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel}^2) \sin^2 \beta_0 / 2]}{\varrho_{\perp}^2 \sigma_{\perp}^2 \cos^2 \alpha [(1 - \sigma_{\parallel}^2)^2 + 4 \sigma_{\parallel}^2 \sin^2 \beta_0 / 2] - \varrho_{\parallel}^2 \sigma_{\parallel}^2 \sin^2 \alpha} \\ [(1 - \sigma_{\perp}^2)^2 + 4 \sigma_{\perp}^2 \sin^2 \beta_0 / 2], \end{array} \right.$$

wo das + Zeichen zu nehmen ist, wenn sich Δ in der Nähe von Null, das - Zeichen, wenn es sich in der Nähe von $\pm \pi$ bewegt.

In den Formeln (8) und (9) ist alles, was zur Wanderung des Verdoppelungsstreifens gehört, enthalten. Formel (8) liefert zu jeder Lage β_0 des Verdoppelungsstreifens die entsprechende Phasendifferenz Δ , Formel (9) die zur maximalen Verdoppelung bei der Lage β_0 notwendige Analysatorstellung δ_0 . Da der $\text{tg } \Delta$ periodisch ist mit der Periode π , so liegt der Verdoppelungsstreifen immer in Abständen von einer halben Wellenlänge ($= \pi$) Phasendifferenz wieder an derselben Stelle β_0 (vgl. p. 697).

Im Gegensatz zu Formel (8) enthält (9) auch die Größen ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} , α ; δ_0 hängt also von der Polarisatorstellung und von den Amplitudenänderungen ab. Aus (9) ergeben sich zunächst bei bestimmten Vorzeichen immer zwei um 90° verschiedene Werte von δ , von denen nur der eine der maximalen Verdoppelung entspricht, der andere aber dem Maximum der In-

tensität. Der erste, das eigentliche δ_0 , läßt sich leicht dadurch vom zweiten unterscheiden, daß er bei $\sin^2 \beta/2 = 1$ oder $\Delta = 0$ (in der Ruhelage des Streifens) und bei positiven Werten von ϱ_{\perp} , ϱ_{\parallel} das entgegengesetzte Vorzeichen haben muß als α (auf der anderen Seite der Hauptebene liegen muß als der Polarisatorwinkel). Denn bei $\sin^2 \beta/2 = 1$ kommt für die Auslöschung nach früheren Erörterungen nur der Strahl s_1 (Fig. 2) in Betracht.

Um die Formeln (8) und (9) mit den Beobachtungen des § 3 besser vergleichen zu können, wurde nach ihnen Δ und δ_0

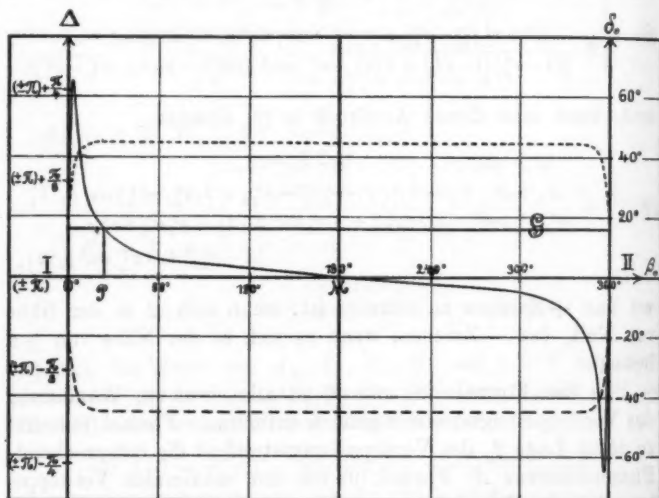


Fig. 5.

für verschiedene β_0 zwischen zwei Hauptstreifen (symbolisch zwischen $\beta_0 = 0^\circ$ und $\beta_0 = 360^\circ$) berechnet, δ_0 unter der speziellen Annahme: $\varrho_{\perp} = \varrho_{\parallel} = 1$, $\alpha = 45^\circ$. σ_{\perp} , σ_{\parallel} sind konstant angenommen, und zwar entsprechend i (Fig. 2) $= 89^\circ 30'$ zu: $\sigma_{\perp} = -0,9654$; $\sigma_{\parallel} = -0,9849$. Die erhaltenen Werte sind in Fig. 5 graphisch aufgetragen. Längs der Abszisse variiert β_0 , längs der Ordinate Δ (ausgezogene Kurve) und δ_0 (gestrichelte bzw. punktierte Kurve).

Der Periodizität gemäß müßte die Δ -Kurve eigentlich im Abstände $+$ und $-\pi$ nochmals gezeichnet werden (wenn man sich auf den Zwischenraum zwischen $\pm 2\pi$ beschränkt). Um das zu vermeiden, ist den Zahlen der Δ -Achse einfach das $\pm\pi$ in Klammern hinzugefügt. — Die untere (gestrichelte) δ_0 -Kurve bezieht sich dann auf die in der Figur gezeichnete, die obere (punktierte) auf die in Abständen $\pm\pi$ hinzugedachte Δ -Kurve.

Man bekommt eine *anschauliche Vorstellung* von der Wanderung des Verdoppelungsstreifens, wenn man eine Parallele G zur Abszissenachse von unten nach oben oder umgekehrt über die Zeichnung streichen läßt und immer die Projektion P des Schnittpunktes mit der Δ -Kurve auf der Abszisse ins Auge faßt. Der Punkt P gibt direkt die Lage des Verdoppelungsstreifens, und die entsprechende Ordinate der δ_0 -Kurve das zugehörige δ_0 an.

Sehr deutlich erkennt man, daß sich der Verdoppelungsstreifen in der Nähe von M ($\sin^2 \beta/2 = 1$) am schnellsten, in der Nähe der Hauptstreifen I und II am langsamsten bewegen muß.

Da die Δ -Kurve unmittelbar vor den Hauptstreifen nochmals zur Abszisse umbiegt, so schneidet jede Parallele G diese Kurve in zwei Punkten. Das heißt, zu jeder Phasendifferenz Δ gehören streng genommen zwei Lagen des Verdoppelungsstreifens, P und P' . Indessen liegt P' so nahe an den Hauptstreifen, daß es praktisch mit ihnen verschmilzt. Ein Blick auf die δ_0 -Kurve lehrt übrigens, daß P' bei einer ganz anderen Analysatorstellung auftritt, oder, besser gesagt, maximal sichtbar wird als P und schon deshalb bei der Beobachtung von P nicht stören kann.

Aus Fig. 5 erkennt man auch, daß eine maximale Verdoppelung nur etwa zwischen $+\pi/4$ und $-\pi/4$ existieren kann. Denn darüber hinaus schneidet die Parallele G die Δ -Kurve überhaupt nicht mehr. Die Grenzen dieses Gebietes der maximalen Verdoppelung sind rechnerisch ganz exakt zu ermitteln; denn sie werden durch die Umbiegungsstellen der Δ -Kurve in der Nähe von I und II bestimmt. Praktisch sind diese Grenzen, welche übrigens von σ_\perp , σ_\parallel abhängen, nicht so scharf zu erkennen, weil der Verdoppelungsstreifen auch

dann noch, wenn die *maximale* Verdoppelung schon aufgehört hat, zu sehen ist; er verblaßt ganz allmählich (vgl. p. 697).

Die große Empfindlichkeit bei der Einstellung des Verdoppelungsstreifens zwischen die Spaltränder kann nicht mehr überraschen. Entspricht doch, wie aus Fig. 5 zu entnehmen ist, einer Phasendifferenz $\pm 0,001\lambda$ oder $0,002\pi$ schon eine Verschiebung aus der Ruhelage um etwa 17° (in β_0), also um etwa den zehnten Teil des Abstandes *MI* oder *MII*. Beträgt der Abstand I, II 20 Winkelminuten (wie bei den Versuchen des § 3), so bedeutet das eine Verschiebung des Streifens um etwa 1 Winkelminute, die eben noch wahrzunehmen ist.

§ 5. Anwendung der Methode.

1. Messung einer beliebigen Phasendifferenz mit dem Kompensator.

Eine beliebige Phasendifferenz Δ wird gemessen, indem man den Verdoppelungsstreifen durch Drehung der Kompensatortrommel zwischen die Ränder des Okularspaltes zurückführt und die Phasendifferenz direkt am Kompensator abliest.

Um auch Phasendifferenzen bei Reflexion und Brechung messen zu können, wird die in Fig. 6 dargestellte Anordnung getroffen. Das Beobachtungsfernrohr ist drehbar auf einem Spektrometer befestigt, dessen Tisch zur Aufnahme von reflektierenden Flächen, Prismen und dergl. dient.

Bei reflektierenden Flächen z. B. handelt es sich darum, das direkte Phänomen mit dem indirekten, reflektierten zu vergleichen. Hier erhebt sich eine Schwierigkeit: Hat man den Okularspalt am direkten Phänomen so eingestellt, daß er den Verdoppelungsstreifen symmetrisch einfaßt, und dadurch eine bestimmte Lage zu den Hauptstreifen I und II einnimmt, so muß er genau dieselbe Lage den Hauptstreifen gegenüber auch im indirekten Phänomen erhalten, damit eine relative Verschiebung des Verdoppelungsstreifens sichtbar wird. Das ist aber ohne weitere Hilfsmittel nicht zu erreichen, da man die Erscheinung beim Einbringen der reflektierenden Fläche zunächst ganz aus dem Auge verliert und erst durch Drehung des Fernrohres wieder aufsuchen muß. Man umgeht diese

Schwierigkeit, wenn man statt des Okularspaltes den *Kollimators*palt benützt. Da der Kollimators palt das Gesichtsfeld rechts und links begrenzt, so kann man den Verdoppelungsstreifen durch Verengern des Kollimatorspaltes unter gleichzeitiger Drehung des Interferenzwürfels genau so einfassen, wie durch den Okularspalt. Jedoch behalten die Ränder des

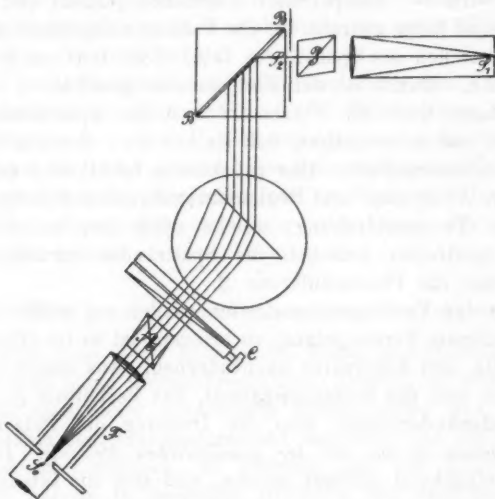


Fig. 6.

Kollimatorspaltes ihre Lage gegenüber den Hauptstreifen auch nach der Reflexion von selbst genau bei. Ein Nachteil ist allerdings, daß die Erscheinung infolge störender Reflexionen im Innern der Würfelprismen auch rechts und links von den Rändern des Kollimatorspaltes noch ganz matt sichtbar bleibt¹⁾; indessen läßt sich dieses störende Licht durch den immer noch zur Verfügung stehenden Okularspalt abblenden.

1) Die Eigentümlichkeit der „Kurven gleicher Neigung“ ist eben, daß unabhängig von jeder Begrenzung des Strahlenganges durch Linsen und dergl. und unabhängig von jeder beugenden Wirkung ein geordnetes Phänomen zustande kommt, wenn nur Strahlen aller möglichen Richtungen auf die planparallele Platte treffen.

Die Messung einer beliebigen Phasendifferenz an einer reflektierenden isotropen Fläche Fl spielt sich demnach folgendermaßen ab: Man läßt die vom Würfel kommenden Strahlen zuerst direkt in den Analysator gelangen und bringt den Verdoppelungsstreifen durch Drehen des Würfels und Verengern des Kollimatorspaltes symmetrisch zwischen die Spaltränder. Darauf wird der Kompensator eingeführt, justiert und an der Trommel so lange gedreht, bis der Verdoppelungsstreifen wieder genau zwischen die Spaltränder fällt. Dies tritt ein bei $\Delta = 0$ und $\pm 2\pi$. Damit ist der Kompensator geeicht.

Sodann wird die Fläche Fl auf den Spektrometertisch gebracht und so orientiert, daß sie mit der Achse des Spektrometers zusammenfällt. Das reflektierte Licht wird mit Kompensator, Analysator und Beobachtungsfernrohr F aufgefangen. Aus der Trommeldrehung, welche nötig ist, um den Verdoppelungsstreifen zwischen die Spaltränder zurückzuführen, erhält man die Phasendifferenz Δ .

Um den Verdoppelungsstreifen wieder auf größte Dunkelheit (maximale Verdoppelung) zu bringen, ist es im allgemeinen notwendig, den Analysator nachzudrehen. Aus dieser Drehung bestimmt sich das Reflexionsazimut, das Verhältnis q_{\perp}/q_{\parallel} der Amplitudenänderungen, also die Drehung der Polarisationsebene *genau so wie bei der gewöhnlichen Methode*. Denn im § 2 ist eingehend erörtert worden, daß sich die Intensität des Verdoppelungsstreifens in seiner Ruhelage ($\sin^2 \beta/2 = 1$) nur nach dem ersten an der Luftschicht des Würfels so gut wie total reflektierten Strahle richtet. Maximale Verdoppelung ist gleichbedeutend mit Auslöschung dieses Strahles.

Bei der neuen Methode bestehen also für Phasendifferenzen einerseits und Amplitudenänderungen andererseits zwei vollständig getrennte Kriterien; für die ersteren die Wanderung, für die letzteren die Aufhellung des Verdoppelungsstreifens. Dieser Umstand ermöglicht es, auch ohne Kompensator auf den ersten Blick festzustellen, ob man es mit kleinen Phasendifferenzen oder Amplitudenänderungen oder mit beiden zugleich zu tun hat. Bei der gewöhnlichen Methode macht sich beides durch Aufhellung des Gesichtsfeldes zwischen gekreuzten Nicols bemerkbar. Man kann daher ohne Kompensator, zumal wenn die Nicols nicht vollkommen auslöschen,

nie mit Sicherheit auf Amplitudenänderungen oder Phasendifferenzen schließen.

Ein weiterer Umstand, welcher die neue Methode, abgesehen von ihrer größeren Empfindlichkeit kennzeichnet, ist die leichte Unterscheidung *positiver und negativer Elliptizitäten*, je nachdem sich der Verdoppelungsstreifen in der einen oder anderen Richtung verschiebt. Dabei braucht man den Kompensator nicht, ist also auch unabhängig von jeder fehlerhaften Bestimmung des Nullpunktes.

Die große Empfindlichkeit der Einstellung und die leichte Unterscheidung positiver und negativer Elliptizitäten teilt die neue Methode mit den *Halbschattenapparaten* vom Bravais'schen Typus.¹⁾ In der gleichzeitigen Bestimmung des Reflexionsazimuts (Azimuts der wiederhergestellten linearen Polarisation), welche bei diesen Apparaten gar nicht oder nur indirekt möglich ist, scheint sie ihnen überlegen.

2. Anwendung zur Erkennung geringer Doppelbrechung.

Schickt man einen homogenen, linear polarisierten Lichtstrahl durch einen doppeltbrechenden Kristall, so treten zwei senkrecht zueinander polarisierte Komponenten aus, welche einen bestimmten Gangunterschied besitzen. Ist die Doppelbrechung sehr schwach, so pflanzen sich die beiden Komponenten nahezu in derselben Richtung fort und die Anisotropie ist schließlich nur noch an dem erwähnten Gangunterschied zu erkennen. Insofern die neue Methode geeignet ist, noch sehr geringe Phasendifferenzen zweier senkrecht zueinander polarisierter Komponenten sichtbar zu machen, ist sie also berufen, zur Erkennung schwacher Doppelbrechungen zu dienen. Schwach doppelt brechend sind z. B. Gläser, welche ungleichmäßig gekühlt oder unregelmäßigem Druck oder Zug ausgesetzt wurden. In der Tat riefen die meisten gewöhnlichen Glasplatten, wenn sie zwischen Würfel und Analysator ge-

1) A. Bravais, Pogg. Ann. 96. p. 395. 1855. Neuerdings hat R. Zakrzewski einen elliptischen Halbschattenanalysator angegeben, über dessen praktische Empfindlichkeit von Hrn. M. Volke im hiesigen Institut Untersuchungen angestellt wurden (M. Volke, Inaug.-Dissert. Breslau 1909).

halten wurden, ein „Wandern“ des Verdoppelungsstreifens hervor. Ein vorzüglicher, im hiesigen Institut befindlicher planparalleler Glasstreifen zeigte diesen Fehler nicht. Dagegen genügte schon eine geringe Erwärmung mit der Hand oben und unten an der Durchtrittsstelle des Lichtes, um die Verschiebung des Streifens zu bewirken. Bringt man den Glasstreifen z. B. in horizontaler Lage ein und erwärmt, so verschiebt sich der Verdoppelungsstreifen auf I zu, also im Sinne positiver Phasendifferenzen; er wandert dagegen nach II, also im Sinne negativer Phasendifferenzen, wenn man den Glasstreifen in vertikaler Lage einbringt.

Demnach verhält sich die Glasplatte im Zustande der Erwärmung etwa wie ein einachsiger, doppelt brechender Kristall, dessen Achse in eine der Hauptrichtungen der Platte fällt, und es ist leicht, den Grad der Doppelbrechung (die Differenz der Hauptbrechungsquotienten) anzugeben, welche auf diese Weise gerade noch sichtbar wird. Bei der Dicke d der Glasplatte und der Wellenlänge λ des benutzten Lichtes beträgt der Gangunterschied:

$$\frac{d}{\lambda} (n_1 - n_2).$$

Setzt man dies gleich $\frac{1}{1000}$, λ gleich $0,546 \mu\mu$ und nimmt d zu $0,5 \text{ cm}$ an, so ergibt sich:

$$n_1 - n_2 = 1,1 \cdot 10^{-6},$$

also etwa eine Einheit der sechsten Dezimale.

Auch bei der Prüfung solcher Glasplatten auf Doppelbrechung muß man, um unabhängig von etwaiger prismatischer Wirkung der Platte zu sein, den Kollimatorspalt statt des Okularspaltes benutzen; sonst ist man leicht Täuschungen ausgesetzt. Denn es ist ohne weiteres klar, daß bei einer Ablenkung der Hauptstreifen auch der Verdoppelungsstreifen sich den Rändern des Okularspaltes gegenüber verschieben muß, ohne daß er seine Lage gegenüber den Hauptstreifen zu ändern braucht. Bei Benutzung des Kollimatorspaltes kann die prismatische Wirkung allein keine relative Verschiebung des Streifens gegenüber den Spalträndern bewirken, weil dieselben gleichzeitig mit dem Hauptstreifen abgelenkt werden.

Anisotropie des Mediums macht sich also stets durch eine Verschiebung oder Verzerrung des Verdoppelungsstreifens innerhalb der Ränder des Kollimatorspaltes geltend, während eine Verzerrung der Spaltränder selbst auf variablen Brechungsquotienten innerhalb der Substanz, also auf *Inhomogenität*, schließen läßt.

Auf dieselbe Weise kann man ein *Prisma* in der Durchsicht untersuchen. Man vergleicht zu diesem Zwecke das direkte mit dem indirekten „gebrochenen“ Phänomen, wieder mit Hilfe des Kollimatorspaltes. Zeigen sich Phasendifferenzen, so können dieselben nur von Spannungen im Innern des Prismas herrühren. Die Größe der Elliptizität mißt gleichzeitig die Größe der Spannung.

Damit nicht schon durch die Neigungsänderung der Strahlen bei der Brechung eine relative Verschiebung des Verdoppelungsstreifens eintreten kann, muß man unter dem *Minimum der Ablenkung* beobachten. Man ist dann sicher, daß drei Strahlen von geringer Neigungsdifferenz, entsprechend den Rändern des Kollimatorspaltes und der Mitte des dazwischen befindlichen Verdoppelungsstreifens, welche vor dem Eintritt in das Prisma gleichen Winkelabstand besitzen, auch nach der Brechung gleiche Winkel einschließen.

Nach dieser Methode wurden eine Reihe von Glasprismen untersucht. Es zeigten sich die wenigsten spannungsfrei, und eigentlich nur ein einziges vollkommen spannungslos. Inzwischen hat Hr. M. Volke¹⁾ dieselben Prismen im Gebiet der Totalreflexion auf die Elliptizität des reflektierten Lichtes hin untersucht. Er fand, daß zugleich mit der Spannung der Prismen auch die Abweichung von dem theoretischen (Fresnelschen) Verlauf der Elliptizitätskurve zunahm, und daß das eine spannungslose Prisma ($n = 1,5196$) sich dem theoretischen Verlauf sehr gut anschloß.

Es braucht kaum bemerkt zu werden, daß man bei diesen Messungen auch den Analysator zuerst nachdrehen muß, um nach der Brechung wieder maximale Verdoppelung zu erhalten, da ja hier ebenso wie bei der Reflexion die senkrecht und

1) M. Volke, Inaug.-Dissert. p. 23. Breslau 1909.

parallel polarisierten Komponenten gewisse Amplitudenänderungen ρ_{\perp} und ρ_{\parallel} erfahren.

Zum Schluß sei mir gestattet, auch an dieser Stelle den Herren Professoren O. Lummer und E. Pringsheim für das fördernde Interesse, welches sie meiner Arbeit entgegenbrachten, ersterem besonders für die Anregung zu dieser Arbeit, meinen tiefgefühlten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 11. Januar 1910.)

stin
ber
des
geft
abg
nur
Ma
Mit
von
gun
geg
weis
soll

sich
unte
die
verb

Nr. 1

Sign

3. *Bestimmung des Sättigungsdruckes von Wasserdampf zwischen 0° und +50°; von Karl Scheel und Wilhelm Heuse.*

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

In einer früheren Mitteilung¹⁾ ist über Versuche zur Bestimmung des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes unter 0° berichtet worden. Oberhalb 50° sind neuerdings Messungen des Sättigungsdruckes von Holborn und Henning²⁾ ausgeführt worden. Für das Zwischenintervall 0 bis 50° sind abgesehen von den älteren nicht einwandfreien Messungen³⁾ nur zwischen 0 und 20° Beobachtungen von Juhlin⁴⁾ und Marvin⁵⁾ angestellt, welche aber, wie schon in der früheren Mitteilung⁶⁾ gesagt ist, teilweise beträchtlich, bis zu 0,06 mm, voneinander abweichen, und deren für 0° gefundene Sättigungsdrucke noch eine Differenz von +0,023 bzw. -0,011 mm gegen den später in der Reichsanstalt gemessenen Wert aufweisen. Über neue Versuche in diesem Intervall 0 bis 50° soll im folgenden berichtet werden.

1. Methode und Versuchsanordnung.

Es wurde die statische Methode angewendet.

Bei den Versuchen unterhalb Zimmertemperatur befand sich das Wasser, ebenso wie bei den früheren Messungen unter 0°, in zwei röhrenförmigen Gefäßen u_1 und u_2 (Fig. 1), die mit der übrigen, ganz aus Glas hergestellten Apparatur verblasen waren. Die zwei Gefäße wurden vorgesehen, um

1) K. Scheel u. W. Heuse, Ann. d. Phys. 29. p. 723—737. 1909.

2) L. Holborn u. F. Henning, Ann. d. Phys. 26. p. 833—883. 1908.

3) Vgl. F. Henning, Ann. d. Phys. 22. p. 623. 1907.

4) J. Juhlin, Bih. till K. Svenska Vet.-Akad. Handl. 17. Afd. I. Nr. 1. 72 S. 1891.

5) C. F. Marvin, Extract Nr. 10 from Annual Report of the Chief Signal Officer 1891. p. 351—383. Washington 1892.

6) l. c. p. 724.

die Unterkühlung unschädlich zu machen, welche eintritt, wenn bei Zuschaltung des Vakuums eine größere Dampfmenge schnell gebildet wird. Es wurde deshalb in der Weise vorgegangen, daß die nötige Dampfmenge fast vollständig dem einen der beiden Gefäße entnommen wurde, während darauf das andere nur den letzten Ausgleich und die Aufrechterhaltung des zu

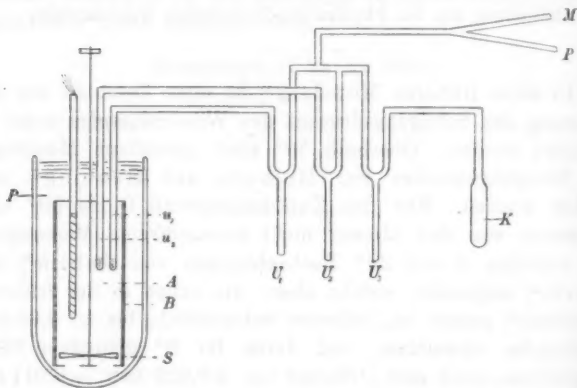


Fig. 1.

messenden Druckes zu besorgen hatte. Die entsprechenden Verbindungen wurden durch die Quecksilberumschalter U_1 und U_2 hergestellt.

Die Versuche wurden in der Weise angeordnet, daß man unter Benutzung auch des Umschalters U_3 das Manometer abwechselnd mit den Wassergefäßen u_1 und u_2 und dem Kondensationsgefäß K , welches sich in einem Gemisch von fester Kohlensäure und Alkohol befand, in Verbindung setzte. Bei der Temperatur der festen Kohlensäure ist der Sättigungsdruck des Wasserdampfes, wie unsere früheren Versuche ergeben haben, kleiner als 0,001 mm.

Das ganze System war vor Beginn der Versuche mittels einer Gaedepumpe gut von Luft befreit; die Verbindung zur Pumpe war während der Versuche durch einen Quecksilberverschluß unterbrochen. Die Wassergefäße u_1 und u_2 befanden sich in einem Bade konstanter Temperatur.

Für die Versuche oberhalb Zimmertemperatur mußte nicht nur das Manometer, sondern auch die Verbindung zwischen Wassergefäß und Manometer auf eine höhere Temperatur als die des Bades gebracht werden. Es wäre also unbequem gewesen, auch hier Quecksilberumschalter zu verwenden. Man begnügte sich deshalb mit nur einem Wassergefäß, welches durch ein Glasrohr direkt mit dem Manometer verbunden war. Die Nullage des Manometers wurde jetzt nicht mehr vor und nach jeder Messung, sondern nur zu Beginn und Schluß einer Beobachtungsreihe durch Abkühlung des Wassergefäßes auf die Temperatur der festen Kohlensäure ermittelt.

Vor Beginn der Versuche wurde das ganze System mit der Gaedepumpe gut luftfrei gemacht, dann wurde die Verbindung zur Pumpe abgeschmolzen.

2. Temperaturbäder.

Zur Erzielung konstanter Temperatur wurde unterhalb Zimmertemperatur ein Wasserbad, oberhalb Zimmertemperatur ein Paraffinölbad im Vakuummantelgefäß benutzt. Die Abkühlung und Aufrechterhaltung der tieferen Temperatur im Wasserbade wurde durch Zuführung eines kontinuierlichen, durch einen Hahn einregulierten Wasserstromes bewirkt. Das zugeführte Wasser war durch eine Eispackung geleitet und so auf 0° gebracht worden. Durch einen Überlauf war für konstantes Niveau im Wasserbade gesorgt.

Die Temperatur des Paraffinölbades wurde mit Hilfe einer auf den Rührer gewickelten Heizspule eingestellt und aufrecht erhalten. Zur Aufrechterhaltung einer wenig unter Zimmertemperatur liegenden Temperatur im Paraffinölbad bediente man sich mit gutem Erfolg eines in den Boden eines Metallgefäßes gelöteten „Kühl drahtes“, den man nach Bedarf mehr oder weniger tief in das Bad einführte. Das Metallgefäß war dabei je nach der gewünschten Leistung des Kühl drahtes mit gekühltem Wasser, Eis oder fester Kohlensäure gefüllt.

Die Badflüssigkeit wurde durch einen Schraubenrührer gut durchgemischt.

Bei sorgfältiger Einregulierung konnten die Badtemperaturen für längere Zeit auf wenige Tausendstel Grad konstant gehalten werden.

3. Druckmessung.

Zur Druckmessung wurden, je nachdem die Beobachtungstemperatur unterhalb oder oberhalb Zimmertemperatur lag, zwei verschiedene Manometer benutzt. Das erstere, als Nr. 3 zu bezeichnende Manometer¹⁾ hat einen Meßbereich bis zu 30 mm; das zweite, Nr. 4, war noch zur Messung von Drucken bis etwa 90 mm, entsprechend dem Sättigungsdruck des Wasserdampfes bei 50°, brauchbar.

a) *Manometer Nr. 3.* Die beiden in Kugeln auslaufenden Schenkel des Manometers (Fig. 2) sind auf einer rechteckigen Messingplatte M montiert. Der eine Schenkel mit der Kugel B_1 ist mit der Messingplatte durch Klammern fest verbunden; der andere Schenkel mit der Kugel B_2 liegt in einem durch die Schraube S in der Höhe verstellbaren Schlitten L , der durch eine Feder F gegen die Schraube S gedrückt wird. Die Kommunikation zwischen beiden Manometerschenkeln wird durch eine fast 1 m lange Glasfeder H bewirkt, welche sich auch für die größten vorkommenden Verschiebungen von B_2 als genügend nachgiebig erwiesen hat. Von den Kugeln führen die Röhren C_1 und C_2 zu den Gasräumen, deren Drucke verglichen werden sollen. In die Manometerkugeln sind geschliffene Glasspitzen, bis zur Mitte der Kugeln reichend, eingeschmolzen. Eingestellt wird auf gleichen sehr kleinen Abstand der Spitzen von ihren Spiegelbildern in den Quecksilberoberflächen.

Zur Bestimmung des Höhenunterschiedes der beiden Glasspitzen sind diese rückwärts nach oben durch Glasrohre G_1, G_2 verlängert und auf die Glasrohre ebene, horizontal gelagerte Glasplatten P_1, P_2 gekittet. Auf die Glasplatten kann ein Tischchen T gesetzt werden, auf dem ein Spiegel N senkrecht

1) Als Manometer Nr. 1 bezeichnen wir das von uns zur Messung sehr kleiner Drucke konstruierte Instrument (Zeitschr. f. Instrumentenk. 29. p. 14—20. 1909; Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 11. p. 4. 1909); das Manometer Nr. 2 ist das verbesserte Rayleighsche Neigemanometer, brauchbar für Messungen von Drucken bis zu 5 mm (Zeitschr. f. Instrumentenk. 29. p. 344—346. 1909; Ann. d. Phys. 29. p. 727—728. 1909). Das Manometer Nr. 3 ist in der Zeitschr. f. Instrumentenk. 29. p. 347—349. 1909 eingehend beschrieben.

angeordnet ist. Das Tischchen T ruht auf drei Spitzen derart, daß zwei derselben, $a_1 a_2$, auf der Glasplatte P_1 , die dritte a_3 auf der Platte P_2 aufsitzen; auf diese Weise wird beim Heben und Senken von B_2 das Tischchen um eine in der Oberfläche von P_1 liegende Achse, die Verbindungslinie von a_1 und a_2 , gedreht. Die Größe der Drehung wird mittels Skale und

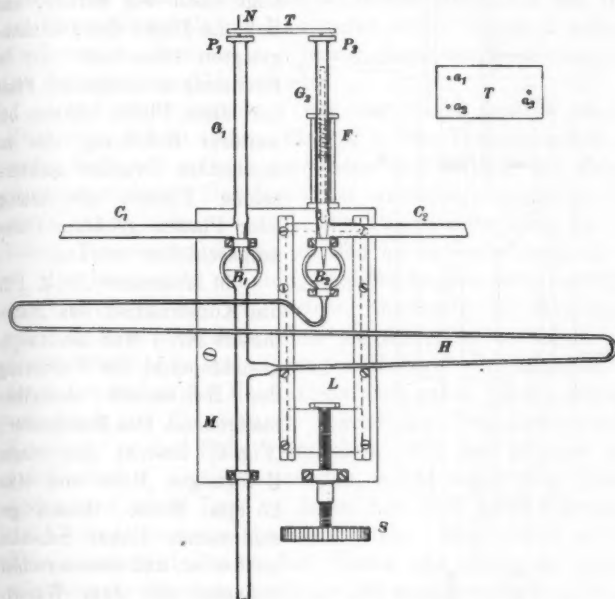


Fig. 2.

Fernrohr aus der gleich großen Drehung des Spiegels abgeleitet. Ist außerdem die senkrechte Entfernung des Fußchens a_3 von der Verbindungslinie der Fußchen a_1 und a_2 bekannt, so kann man aus der Entfernung von Spiegel und Skale sowie dem Skalenausschlag die Höhenänderung von B_2 selbst berechnen.

Die Längen von G_1 und G_2 sind so abgeglichen, daß bei der höchsten Stellung von B_2 die Ebenen von P_1 und P_2 nahezu in derselben Horizontalebene liegen; auf solche Weise

sind bereits Drucke bis zu etwa 5 mm meßbar. Herrscht in B_2 ein höherer Druck als 5 mm, so würde die Neigung des Tischchens unbequem groß werden. Es ist deshalb vorgesehen, daß das Tischchen T nicht mehr direkt auf P_2 , sondern erst auf eine auf P_2 gelegte Zwischenglasplatte gesetzt wird. Beob-

achtung und Rechnung erfolgt dann wie vorher, nur daß die Dicke der zwischengelegten Glasplatte mit in Rechnung zu ziehen ist. Statt der einen Platte können bei weiterer Erhöhung des zu messenden Druckes mehrere solche Platten gleichzeitig oder Platten größerer Dicke aufgeschichtet werden.

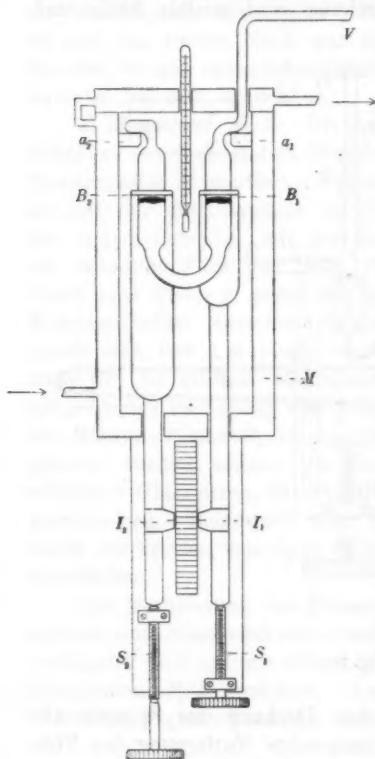


Fig. 3.

rechteckigem Querschnitt im Innern desselben; die Verbindung V zum Wassergefäß ist durch den gleichfalls doppel-

b) *Manometer Nr. 4.* Für die Konstruktion des Manometers Nr. 4 war als Hauptgesichtspunkt die Forderung der Heizbarkeit desselben maßgebend. Das Manometer¹⁾ (Fig. 3) besteht aus einem U-förmigen Rohr von etwa 25 mm Weite, dessen geschlossener linker Schenkel luftfrei ist, und dessen rechter Schenkel mit dem Wassergefäß kommuniziert. Das Manometerrohr ruht mit angeblasenen Vorsprüngen auf Ansätzen a_1 und a_2 eines mit Fenstern versehenen doppelwandigen Metallkasten M von

1) Eine eingehendere Beschreibung des Manometers Nr. 4 findet sich in der Zeitschr. f. Instrumentenk. 30. p. 45—47. 1910.

wandigen Deckel des Metallkastens in einer Hülse hindurchgeführt. Die Heizung des Manometers findet in der Weise statt, daß durch den Mantel der Dampf von siedendem Aceton geleitet wird; aus dem Mantel tritt der Dampf in den Deckel des Metallkastens, aus welchem er durch einen Rückflußkühler dem Siedegefaß wieder zugeführt wird. Die Temperatur im Innern des Metallkastens wurde zwecks Reduktion der Höhe der Quecksilbersäule im Manometer auf 0° jedesmal während der Versuche abgelesen und immer gleich der Siedetemperatur des Acetons ($56-57^{\circ}$) gefunden.

Das Verbindungsrohr V war von seinem Austritt aus dem Heizkasten bis zu seinem Eintritt in das Temperaturbad mit einem Heizdraht spiralig umwunden und darüber mit Asbestpappe umwickelt. Der Heizstrom wurde so einreguliert, daß ein in der Asbestpappe steckendes Thermometer eine $10-20^{\circ}$ höhere Temperatur als die im Bad herrschende anzeigte.

Die Einstellung auf die Quecksilberkuppen erfolgt mit Hilfe von Visieren B_1 und B_2 , welche ringförmig die Manometerschenkel nahe umgeben, ohne sie jedoch zu berühren. Die Visiere werden in gabelförmigen Haltern von Stangen, die durch den Boden des Heizkastens nach außen führen, getragen und durch an die Stangen angreifende Transportschrauben S_1 und S_2 in der Höhe verschoben. Mit den Stangen sind Strichindizes I_1 und I_2 verbunden, welche neben einer Teilung gleiten, und deren Lage zu dieser mit Hilfe eines Mikroskops mit Okularmikrometer bestimmt wird. Man erhält so den Höhenunterschied der beiden Visiere und damit der Quecksilberkuppen. Stangen und Skale sind aus Kruppschem Nickelstahl (Ausdehnung $2,5 \cdot 10^{-6}$ pro 1°) gefertigt. Die Teilungsfehler der in Millimeter geteilten Skale sind auf $\pm 0,005$ mm bekannt.

Zur Reduktion der Höhen der Quecksilbersäulen auf 0° diente die Tafel 16 der Landolt-Börnstein-Meyerhoffer'schen Tabellen. Durch Multiplikation mit dem Faktor 1,00063 wurden die Höhen auf normale Schwere reduziert. Endlich wurde der Einfluß der einseitig wirkenden Wasserdampfsäule, deren Länge durch den Höhenunterschied zwischen der Quecksilberkuppe im offenen Manometerschenkel und der Wasseroberfläche gegeben war und etwa 0,5 m betrug, berücksichtigt.

Durch die Verlegung der eigentlichen Messung nach außen wurde eine Meßgenauigkeit von etwa $\pm 0,005$ mm erreicht, was bei kathetometrischem Anvisieren der Kuppen durch die von Aceton benetzten Fenster hindurch nicht möglich gewesen wäre. Eine Einstellung der Visiere auf das Auftreten eines Lichtscheins zwischen ihnen und den Quecksilberkuppen war trotz der — übrigens ziemlich gleichmäßigen — Benetzung sehr wohl möglich.

4. Temperaturmessung.

Die Temperaturen wurden mit dem Platinthermometer nach der Kompensationsmethode gemessen. In erster Linie wurde ein Thermometer *R* 6 benutzt, welches für den vorliegenden Zweck von der Abt. II der Reichsanstalt zur Verfügung gestellt war. Das Thermometer war dort bereits seit mehreren Jahren in Gebrauch.

Die Temperatur t_p in der Platinskala wurde in der bekannten Weise aus dem gemessenen Widerstand w und den Widerständen bei $0^\circ w_0$ und $100^\circ w_{100}$ nach der Gleichung

$$t_p = 100 \frac{w - w_0}{w_{100} - w_0} = 100 \frac{w - w_0}{w_0} \cdot \frac{w_0}{w_{100} - w_0}$$

berechnet und mittels der Beziehung

$$t = t_p + \delta \cdot \frac{t}{100} \cdot \frac{t - 100}{100}$$

auf die internationale Wasserstoffskala reduziert. Der Faktor δ war aus Beobachtungen der Abt. II am Schwefelsiedepunkt zu $\delta = 1,52$ bestimmt. Dabei ist der Schwefelsiedepunkt zu $445,0^\circ$ angenommen.

Der Eispunkt des Thermometers *R* 6 ist wiederholt während beider Versuchsperioden beobachtet worden. Während der ersten Periode diente als Normalwiderstand eine 10 Ohm-Büchse *K* 22, während der zweiten Periode eine ebensolche 4100, deren Verhältnis durch direkte Vergleichung zu

$$4100 : K 22 = 1,000015$$

gefunden wurde. Als Eispunkte ergeben sich bezogen auf den Widerstand der Büchsen bei 18° als Einheit

I. Periode		II. Periode	
15. 7. 09	8,69751	13. 11. 09	8,69746
17. 7. 09	48	27. 11. 09	10
21. 7. 09	49	29. 11. 09	35
24. 7. 09	41	7. 12. 09	16
28. 7. 09	44	20. 12. 09	37
Mittel 8,69747		Mittel 8,69729	

Aus beiden Mitteln folgt ein zweiter Wert für das Verhältnis der Büchsenwiderstände, welcher mit dem direkt gemessenen genügend übereinstimmt.

Zur Berechnung der Temperaturen aus den Widerständen von *R* 6 wurden die Periodenmittel der Eispunkte zugrunde gelegt.

Während der zweiten Beobachtungsperiode wurde auch eine Wassersiedepunktsbestimmung ausgeführt, welche

$$\frac{w_0}{w_{100} - w_0} = 2,55959$$

ergab. Mit diesem Werte sind alle Temperaturmessungen mit *R* 6 berechnet. Frühere Bestimmungen in Abt. II hatten für $w_0/(w_{100} - w_0)$ den Wert 2,55925 ergeben. Beide Werte führen innerhalb der Fehlergrenzen zu denselben Resultaten.

Neben *R* 6 wurde bei einem Teil der Beobachtungen noch ein Platinthermometer *N* benutzt, dessen Platin weniger rein war als dasjenige von *R* 6. Wiederholte Bestimmungen am Eispunkt, am Wasser- und Naphthalinsiedepunkt¹⁾ ergaben bezogen auf die Büchse 4100 bei 18°

$$w_0 = 10,6871$$

$$w_{100} = 14,0639$$

$$w_{218} = 17,9116.$$

Hieraus folgt

$$\delta = 1,578, \quad \frac{w_0}{w_{100} - w_0} = 3,16486.$$

Die hiermit berechneten Angaben des Thermometers *N* stimmen mit denjenigen von *R* 6 sehr nahe überein, so daß es gerechtfertigt erscheinen könnte, von *R* 6 und *N*, falls sie zusammen vorkommen, das Mittel zu nehmen. In Rücksicht auf den

1) Vgl. L. Holborn u. F. Henning, Ann. d. Phys. 26. p. 865. 1908.

großen Wert von δ bei N haben wir es aber vorgezogen, durchweg nur die Angaben von R 6 den weiteren Rechnungen zugrunde zu legen.

5. Diskussion der Methode.

Zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit der Instrumente wurde mit beiden Manometern Nr. 3 und Nr. 4 der Sättigungsdruck des Wasserdampfes bei 0° bestimmt.

a) *Manometer Nr. 3.* Für den Sättigungsdruck des Wasserdampfes bei 0° ergaben sich die folgenden Werte:

1909	Skalenabstand mm	Platten- zahl	Beobachteter Druck mm
17. Mai	2338	1	4,573
5. Juni	2338	1	4,582
12. Juli	3261	1	4,576
12. „	3261	1	4,575
12. „	3261	0	4,575
12. „	3261	1	4,576

Der Mittelwert $4,576 \pm 0,002$ mm stimmt hinreichend mit dem früher von Thiesen und Scheel¹⁾ gefundenen $4,579 \pm 0,001$ mm, sowie mit dem von uns²⁾ mit dem Rayleighschen Neigemanometer ermittelten $4,5788 \pm 0,0006$ mm überein.

b) *Nullagen des Manometers Nr. 4.* Während bei dem Manometer Nr. 3 die Nullage des Instrumentes, d. h. die Lage der Quecksilberkuppen für einen verschwindend kleinen Wasserdampfdruck jedesmal vor und nach der Bestimmung eines Sättigungsdruckes beobachtet und als Mittel in Rechnung gezogen wurde, konnte, wie schon auf p. 717 hervorgehoben wurde, in der Anordnung, wie Manometer Nr. 4 benutzt wurde, die Nullage dieses Manometers nur von Zeit zu Zeit bestimmt werden. Sie ist fast durchweg mit einer Beobachtung des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes von 0° zusammen ausgeführt. Um zugleich über den Einfluß des Quecksilberdampf-

1) M. Thiesen u. K. Scheel, Wiss. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt 3. p. 71. 1900.

2) K. Scheel u. W. Heuse, Ann. d. Phys. 29. p. 729. 1909.

druckes auf das Resultat der Messungen einigen Aufschluß zu erhalten, wurden Beobachtungen mit verschieden geheiztem Manometer angestellt. Die Gesamtheit aller dieser Messungen ist in der folgenden Tabelle enthalten. Die Angaben über die Badtemperatur bedeuten, daß das Wassergefäß sich entweder in schmelzendem Eise (0°) befand, oder in einer Mischung von Alkohol mit fester Kohlensäure (etwa -80°), bei welcher Temperatur man den Sättigungsdruck des Wasserdampfes für die vorliegenden Messungen gleich Null annehmen kann. Das Manometer befand sich bei den Messungen entweder auf Zimmertemperatur, oder er wurde mit Acetondampf ($55-56^{\circ}$) oder Alkoholdampf ($77-78^{\circ}$) geheizt. $l-r$ ist die Differenz der Ablesungen an der Skale des Manometers in Millimetern im Sinne Links minus Rechts.

1909	Bad-temp.	Manometer-temp. t	$l-r$	$\vartheta_{0^{\circ}, 15-18^{\circ}}$	$\vartheta_{0^{\circ}, 55-56^{\circ}}$	$\vartheta_{0^{\circ}, 77^{\circ}}$	W_0	$B-R$
20. 11	-80°	$+15^{\circ}$	-0,217	4,576	4,575		4,577	- 3
	0	15	4,359					
	0	56	4,363					
	-80	56	-0,212	4,563	4,574		4,594	+14
23. 11	-80	17	-0,197					
	0	18	4,366				4,564	-16
	0	55	4,373	4,581	4,561		4,591	+11
	-80	55	-0,201					
27. 11	-80	18	-0,202				4,582	+ 2
	0	19	4,379				4,580	0
	0	56	4,368					
	-80	56	-0,193					
29. 11	-80	18	-0,200					
7. 12	-80	56	-0,187					
8. 12	-80	77	-0,202					
	0	77	4,291			4,493	4,573	- 7

Mittel 4,580

Die Tabelle lehrt zunächst, daß die Nullagen des Manometers im Laufe der Beobachtungszeit eine kleine Änderung erfahren haben, und zwar (vgl. die folgende Zusammenstellung)

sowohl diejenigen bei ungeheiztem, wie bei mit Acetondampf geheiztem Manometer.

Tag	Nullage des Manometers	
	ungeheizt	geheizt
20. 11	-0,217	-0,212
23. 11	-0,197	-0,201
27. 11	-0,202	-0,193
29. 11	-0,200	—
7. 12	—	-0,187

Der sehr kleine Gang der Nullage (von der Ordnung von 0,02 mm) geht im Sinne einer Druckvermehrung im Wassergefäß, die durch Gasabgabe von den Wänden der Glasrohre und vom Wasser leicht erklärt werden kann. Diese Erklärung wird durch eine Nullagenbestimmung bestätigt, die am Schluß der Beobachtungsreihe angestellt wurde, nachdem der offene Schenkel des Manometers mit der Gaedepumpe evakuiert worden war.

Für die später zu behandelnden Messungen ist diese Nullagenänderung ohne Bedeutung, denn diese Messungen (vgl. den folgenden Abschnitt) begannen erst am 24. November, als der Gang der Nullage schon erheblich verlangsamt war. Trotzdem wurde diesem Gange Rechnung getragen, indem nach einer graphischen Ausgleichung für die einzelnen Tage folgende Werte der Nullage des geheizten Manometers angenommen wurden.

Zeit		$l - r$
Datum	Nr. des Tages	
24. 11. 09	XII	-0,199 mm
25. 11.	XIII	-0,197 "
26. 11.	XIV	-0,195 "
30. 11.	XV	-0,190 "
1. 12.	XVI	-0,189 "
2. 12.	XVII	-0,188 "

c) *Einfluß des Quecksilberdampfdruckes.* Die Tabelle auf p. 725 liefert ferner eine Reihe von Werten für den am Mano-

meter Nr. 4 beobachteten Sättigungsdruck $\mathfrak{P}_{0,\tau}$ des Wasserdampfes von 0° , die in den folgenden Spalten der Tabelle nach den verschiedenen Temperaturen τ des Manometers geordnet zusammengestellt sind. Man erkennt deutlich den Einfluß des Quecksilberdampfdruckes, welcher die direkt beobachteten Werte um so kleiner erscheinen lassen muß, je höher die Temperatur des Manometers ist.

Bezeichnen Q_t und W_t die Sättigungsdrucke von Quecksilber- und Wasserdampf bei der Temperatur t , so herrscht über der Wasseroberfläche die Summe der Partialdrucke von Quecksilber- und Wasserdampf

$$Q_t + W_t = P_t.$$

Im Manometer, dessen von t abweichende Temperatur $\tau > t$ ist, bildet sich oberhalb der Quecksilberkuppe ein Diffusionsgleichgewicht aus, so daß der Gesamtdruck nicht höher als P_t werden kann. Beobachtet wird aber, da auch bei Abkühlung des Wassergefäßes auf -80° der Druck im Manometer unmittelbar über der Quecksilberkuppe nicht merklich unter Q_τ sinkt, nur die Druckdifferenz

$$P_t - Q_\tau = Q_t + W_t - Q_\tau = \mathfrak{P}_{t,\tau}.$$

Der Sättigungsdruck des Wasserdampfes wird also

$$W_t = \mathfrak{P}_{t,\tau} + (Q_\tau - Q_t).$$

Für den Sättigungsdruck des Quecksilberdampfes Q hat kürzlich Laby¹⁾ in einer Diskussion der bisherigen Beobachtungsergebnisse folgende Werte in Millimetern abgeleitet.

t	Q	t	Q
0°	0,0002	40°	0,0057
5	0,0003	45	0,0084
10	0,0004	50	0,0122
15	0,0007	55	0,0174
20	0,0011	60	0,0246
25	0,0017	65	0,0344
30	0,0026	70	0,0476
35	0,0039	75	0,0652
40	0,0057	80	0,0885

1) T. H. Laby, Phil. Mag. (6) 16. p. 795. 1908.

Verbessert man also die beobachteten Werte von $P_{0,r}$ in obiger Tabelle (p. 725) um $Q_r - Q_0$, so erhält man die in der achten Spalte aufgeführten Werte W_0 , deren Mittelwert 4,580 mm mit dem früher ermittelten 4,579 mm (vgl. p. 724) genügend übereinstimmt. Die Abweichungen vom Mittelwert (vgl. Spalte 9 der Tabelle) zeigen innerhalb der Beobachtungsfehler keinen systematischen Gang.

Hieraus ergibt sich auch experimentell die Richtigkeit der Überlegungen, und wir haben deshalb auch die bei anderen Badtemperaturen angestellten Beobachtungen (vgl. den nächsten Abschnitt) in gleicher Weise wegen des Einflusses des Quecksilberdampfdruckes verbessert.

6. Versuchsergebnisse.

Die Versuchsergebnisse bei wechselnder Temperatur sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Die Tabellen sind nach steigender Temperatur geordnet. Sie enthalten in der ersten Spalte die Beobachtungstage, die mit fortlaufenden römischen Ziffern bezeichnet sind, in der zweiten die Nummer des benutzten Manometers, in der dritten und vierten die mit den Thermometern *R 6* bzw. *N* beobachteten Temperaturen, in der fünften Spalte den beobachteten Sättigungsdruck des Wasserdampfes nach Anbringung aller besprochenen Korrekturen.

Beobachtete Sättigungsdrucke des Wasserdampfes.

Tag	Mano- meter	Temperatur		$p_{\text{beob.}}$ mm	$t_{\text{Th.}}$	$t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}}$ in 0,001°	$B - M$ in 0,001°
		<i>R 6</i>	<i>N</i>				
VI	3	1,520°	—	5,116	1,532°	— 12	— 6
VI	3	3,100	—	5,725	3,106	— 6	0
V	3	3,766	—	6,004	3,777	— 11	— 5
VI	3	4,574	—	6,352	4,582	— 8	— 2
IX	3	4,837	—	6,467	4,838	— 1	+ 5
V	3	5,612	—	6,833	5,628	— 16	— 10
II	3	6,988	—	7,511	6,999	— 11	— 5
VI	3	7,158	—	7,602	7,174	— 16	— 10
V	3	7,760	—	7,911	7,757	+ 3	+ 9
XI	3	8,295	—	8,209	8,301	— 6	0

Tag	Mano- meter	Temperatur		$p_{\text{beob.}}$ mm	$t_{\text{Th.}}$	$t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}}$ in $0,001^\circ$	$B - M$ in $0,001^\circ$
		R 6	N				
II	3	8,998°	—	8,602	8,991°	+ 7	+13
V	3	9,278	—	8,772	9,281	- 3	+ 3
IV	3	9,454	—	8,904	9,462	- 8	- 2
III	3	9,578	—	8,950	9,580	- 2	+ 4
III	3	10,972	—	9,824	10,974	- 2	+ 4
II	3	11,168	—	9,950	11,165	+ 3	+ 9
I	3	11,539	—	10,202	11,544	- 5	+ 1
VII	3	11,935	—	10,473	11,940	- 5	+ 1
XI	3	12,749	—	11,047	12,753	- 4	+ 2
IV	3	12,774	—	11,071	12,785	-11	- 5
III	3	13,448	—	11,564	13,452	- 4	+ 2
II	3	14,424	—	12,318	14,424	0	+ 6
VII	3	14,927	—	12,735	14,930	- 3	+ 3
III	3	15,479	—	13,192	15,486	- 7	- 1
VII	3	16,659	—	14,225	16,668	- 9	- 3
IV	3	16,744	—	14,306	16,758	-14	- 8
IV	3	16,757	—	14,321	16,774	-17	-11
VII	3	17,306	—	14,821	17,316	-10	- 4
IX	3	17,889	—	15,384	17,893	- 4	+ 2
XVII	4	18,903	18,903	16,377	18,899	+ 4	+10
XI	3	19,049	—	16,536	19,058	- 9	- 3
IX	3	19,154	—	16,642	19,161	- 7	- 1
X	3	19,923	—	17,457	19,931	- 8	- 2
XIV	4	19,959	—	17,499	19,969	-10	- 4
VIII	3	20,279	—	17,846	20,287	- 8	- 2
IX	3	20,304	—	17,868	20,306	- 2	+ 4
VIII	3	21,000	—	18,648	21,001	- 1	+ 5
X	3	21,067	—	18,734	21,075	- 8	- 2
XVI	4	21,830	21,839	19,640	21,847	-17	-11
IX	3	22,222	—	20,101	22,226	- 4	+ 2
VIII	3	22,293	—	20,171	22,284	+ 9	+15
X	3	22,476	—	20,420	22,585	- 9	- 3
VIII	3	23,155	—	21,256	23,147	+ 8	+14
X	3	23,611	—	21,856	23,608	+ 3	+ 9
XIII	4	24,133	—	22,570	24,144	-11	- 5
XVI	4	27,806	27,806	23,036	27,811	- 5	+ 1
XII	4	27,819	—	23,074	27,834	-15	- 9
XIII	4	29,995	—	31,824	30,001	- 6	0
XIV	4	31,725	—	35,133	31,737	-12	- 6
XV	4	34,478	34,466	40,985	34,485	- 7	- 1

Tag	Mano- meter	Temperatur		$p_{\text{beob.}}$ mm	$t_{\text{Th.}}$	$t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}}$ in $0,001^\circ$	$B - M$ in $0,001^\circ$
		R 6	N				
XV	4	34,619*	34,609	41,311	34,627°	- 8	- 2
XV	4	34,652	34,638	41,392	34,664	-12	- 6
XIII	4	34,887	—	41,918	34,890	- 3	+ 3
XII	4	37,473	—	48,315	37,482	- 9	- 3
XIII	4	39,379	—	53,490	39,370	+ 9	+15
XVII	4	41,619	41,602	60,305	41,628	- 9	- 3
XIV	4	41,710	—	60,565	41,710	0	+ 6
XIV	4	46,010	—	75,667	46,004	+ 6	+12
XV	4	49,200	49,167	88,940	49,208	- 8	- 2
XII	4	49,293	—	89,356	49,301	- 8	- 2
XVII	4	50,026	50,011	92,707	50,042	-16	-10

7. Auswertung und Diskussion der Beobachtungen.

Es ist versucht worden, die Beobachtungen durch die von Thiesen¹⁾ gegebene Formel

$$(t + 273) \log \frac{p}{760} = 5,409(t - 100) - 0,508 \cdot 10^{-8} \{(365 - t)^4 - 265^4\}$$

darzustellen. Hierzu sind mit Hilfe dieser Formel aus den beobachteten Drucken Temperaturen $t_{\text{Th.}}$ berechnet, welche in der sechsten Spalte der vorstehenden Tabelle hingeschrieben sind. Die folgende mit $t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}}$ bezeichnete Spalte gibt dann als Differenz der an R 6 beobachteten und der so aus den Drucken berechneten Temperaturen in $0,001^\circ$ die Abweichungen von der Thiesenschen Formel.

Diese Zahlen zeigen, daß die Thiesensche Formel die Beobachtungen bereits mit großer Annäherung darstellt. Eine mit der Temperatur veränderliche Abweichung ist nicht zu erkennen, dagegen kann man eine kleine systematische Abweichung noch dadurch fortschaffen, daß man die Werte der Thiesenschen Formel um einen konstanten Betrag der Temperatur, den Mittelwert $-0,006^\circ$ aller Zahlen der siebenten Spalte verbessert. Die in der letzten Spalte hingeschriebenen Abweichungen von diesem Mittelwert liegen dann durchaus

1) M. Thiesen, Wied. Ann. 67. p. 692. 1896.

innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler und zeigen keinen systematischen Gang mehr.

Um also zu einer Temperatur t den unseren Beobachtungsergebnissen entsprechenden Wert des Sättigungsdruckes von Wasserdampf zu berechnen, kann man zwar die Thiesensche Formel benutzen, man hat aber in diese nicht mit t selbst, sondern mit $(t + 0,006^\circ)$ einzugehen. Andererseits findet man mit der Thiesenschen Formel für t selbst zu kleine Druckwerte, welche noch mit $+0,006 \cdot dp/dt$ zu verbessern sind.

In dieser Weise ist die folgende Tafel für die Sättigungsdrucke des Wasserdampfes als Resultat der Gesamtheit unserer Beobachtungen berechnet. Sie ist zur Erleichterung späterer Interpolation bis 40° auf 0,001 mm, von da ab auf 0,01 mm aufgestellt. Die absolute Genauigkeit der der Tabelle zugrunde liegenden Beobachtungen ist geringer. Sie mag bei $20^\circ \pm 0,005^\circ$, bei $50^\circ \pm 0,01^\circ$ betragen, entsprechend etwa $\pm 0,005$ mm bzw. $\pm 0,05$ mm.

Tafel für die Sättigungsdrucke des Wasserdampfes in Millimetern.

Temp	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0°	4,579	4,926	5,294	5,685	6,101	6,543	7,014	7,514	8,046	8,610
10	9,210	9,845	10,519	11,233	11,989	12,790	13,637	14,533	15,480	16,481
20	17,539	18,655	19,832	21,074	22,383	23,763	25,217	26,747	28,358	30,052
30	31,834	33,706	35,674	37,741	39,911	42,188	44,577	47,082	49,708	52,459
40	55,341	58,36	61,52	64,82	68,28	71,90	75,67	79,62	83,74	88,05
50	92,54									

8. Anschluß an die früheren Beobachtungen unter 0° .

Die im ganzen Beobachtungsbereich konstanten, durch Mittelbildern ausgeglichenen Werte $t_{\text{ber.}} - t_{\text{Th.}} = -0,006^\circ$ sind in der nebenstehenden Kurventafel (Fig. 4) als gerade Linie eingetragen; diese Beobachtungen gehen bis $+1,5^\circ$ abwärts. Außerdem ist der mit großer Genauigkeit bestimmte Sättigungsdruck des Wasserdampfes bei 0° (vgl. p. 724) als $t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}} = +0,006^\circ$ in der Tafel

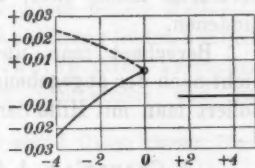


Fig. 4.

durch einen umkreisten Punkt dargestellt. Unter 0° gibt die ausgezogene Linie unserer früheren Beobachtungen des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes über Wasser gleichfalls in der Form $t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}}$ wieder.

Die beiden ausgezogenen Kurventeile sollten einen kontinuierlich verlaufenden Kurvenzug ergeben, was nach der Figur wenig wahrscheinlich ist. Der Grund für diese Diskrepanz kann nur in einer falschen Annahme der Temperaturskala unter 0° gesucht werden. Für die Ableitung der Temperatur unter 0° war die Formel

$$\frac{w_t}{w_0} = 1 + 0,0039176 t - 0,00000102 t^2$$

benutzt, deren Zahlenkoeffizienten durch Beobachtungen in schmelzendem Eise, in fester Kohlensäure und flüssigem Sauerstoff gewonnen waren. Das damals benutzte Thermometer ist inzwischen mit dem in vorliegender Arbeit verwendeten R 6 verglichen worden, wobei sich zwischen -80° und 0° durchweg ein konstantes Verhältnis beider Widerstände ergeben hat.

Die Temperatur des Thermometers R 6 ist, wie oben unter 4. näher auseinandergesetzt ist, in der von Callendar angegebenen Weise berechnet worden, wodurch sich nach Chappuis und Harker¹⁾ die Temperaturen in der thermodynamischen Skale ergeben. Diese Übereinstimmung der berechneten Temperatur mit der thermodynamischen Skale bleibt, nach allerdings nur sehr wenigen Beobachtungen von Chappuis und Harker noch bis -24° bestehen. Hieraus folgt aber eine Verschiedenheit beider Temperaturskalen

$$\begin{array}{ll} \text{bei } -10^{\circ} & \dots \dots 0,11^{\circ} \\ \text{„ } -20^{\circ} & \dots \dots 0,20^{\circ}, \end{array}$$

um welche Beträge die nach Callendar berechneten Temperaturen höher sind, als die auf dem anderen Wege gefundenen.

Berechnet man unsere früheren Temperaturmessungen nicht nach der angegebenen Interpolationsformel, sondern extrapoliert man mit Hilfe der über 0° für R 6 gültigen Callendar-

1) P. Chappuis u. J. A. Harker, Trav. et Mém. du Bureau intern. des Poids et Mesures 12. C. 90 pp. 1902.

sehen Formel, so ergeben sich für $t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}}$ größere Werte, die zwischen -4° und 0° in Fig. 4 gestrichelt eingezeichnet sind. Die gestrichelte Kurve läßt sich ohne großen Zwang mit der oberhalb $+1,5^{\circ}$ die Beobachtungen darstellenden geraden Linie zu einem Kurvenzug vereinigen.

Ob die Berechnungsart der Temperaturen unter 0° nach Callendar richtig ist, kann erst entschieden werden, wenn der Anschluß der Platinskale an das Gasthermometer in dem in Frage stehenden Intervall durchgeführt sein wird. Zurzeit liegt ein ausreichendes Beobachtungsmaterial hierfür noch nicht vor. Sicher scheint aber aus Beobachtungen im Leidener Laboratorium¹⁾, die leider das Intervall 0 bis -30° auslassen, hervorzugehen, daß eine aus Beobachtungen der Platinwiderstände bei -190° , -80° und 0° abgeleitete quadratische Formel zur Berechnung der Temperaturen im ganzen Intervall nicht ausreicht.

Es würde darum verfrüht sein, an den von uns veröffentlichten Werten des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes unter 0° zurzeit etwas zu ändern.

9. Anschluß an die Beobachtungen von Holborn und Henning oberhalb 50° .

Unsere Beobachtungen des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes nach der statischen Methode liefern als Abweichung von der Thiesenschen Formel auch bei 50°

$$t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}} = -0,006^{\circ}.$$

Holborn und Henning²⁾ fanden nach der dynamischen Methode

$$t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}} = +0,048^{\circ}.$$

Beide Methoden ergeben also einen Unterschied von $0,054^{\circ}$ entsprechend 0,24 mm Druck.

Für diese Unstimmigkeit der Resultate beider Methoden haben wir eine Erklärung nur in der Anordnung finden können, welche die Herren Holborn und Henning ihren Versuchen gegeben haben. Sie messen nämlich Temperatur und zu-

1) Vgl. z. B. H. Kamerlingh Onnes and J. Clay, Comm. Phys. Lab. Leiden Nr. 99 b. 1907.

2) L. Holborn u. F. Henning, Ann. d. Phys. 26. p. 833—883. 1908.

gehörigen Druck nicht für dieselbe Stelle ihres Siedeapparates, sondern bestimmen die Temperatur zwar im Innern des Siedegefäßes¹⁾, den Druck jedoch an einer Stelle der sonstigen Apparatur, welche mit dem Siedegefäß nur über den Rückflußkühler in Verbindung stand. Es erscheint aber nicht ausgeschlossen, daß der Rückflußkühler ein Druckgefälle hervorruft, so daß die jenseits des Kühlers gemessenen Drucke zu niedrig ausfallen. Die für einen gemessenen Druck beobachtete Temperatur im Siedegefäß würde also zu hoch sein, also im selben Sinne abweichen wie die Resultate der Herren Holborn und Henning von den unserigen.

Um diese Frage zu klären, haben wir gleichfalls einige Beobachtungen nach der dynamischen Methode angestellt. Wir ordneten zunächst das Manometer an der gleichen Stelle an, wie die Herren Holborn und Henning. Als künstliche Atmosphäre diente ein doppelwandiges Metallgefäß von etwa 25 Liter Inhalt; zwischen künstlicher Atmosphäre und Rückflußkühler war das Manometer Nr. 4 angeschlossen. Die Versuche ergaben stark voneinander abweichende Resultate, je nach der Intensität des Siedens, wie die folgenden für $t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}}$ in der Nähe von 50° erhaltenen Werte zeigen

$$+0,019^\circ, \quad +0,029^\circ, \quad +0,085^\circ, \quad +0,36^\circ, \quad +0,85^\circ.$$

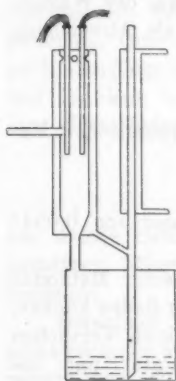


Fig. 5.

Die Abweichungen liegen sämtlich in dem erwarteten Sinne. Bei den beiden letzten Beobachtungen machten sich Siedestöße schon stark bemerkbar.

Bei den weiteren Versuchen benutzten wir einen in den Dimensionen dem Holborn-Henningschen Siedegefäß nachgebildeten Apparat (Fig. 5). Der im Siedekessel entwickelte Dampf tritt in das Innere der Rudbergschen Röhre, durchfließt deren Mantel und strömt von dort zum Rückflußkühler. Jenseits des Rückflußkühlers schließt die künstliche Atmosphäre an. Zur Messung des Druckes führt aus dem Innern des Dampfraumes in derselben

1) Vgl. l. c. p. 843. Fig. 6.

Höhe, in welcher sich die Widerstandsdrähte der Platinthermometer befinden, ein überall wenigstens 6 mm weites Rohr zum Manometer Nr. 4. Das Rohr ist zur Vermeidung von Kondensationen bis nahe an das Siedegefaß mittels einer umgewickelten Drahtspirale elektrisch erwärmt.

Die Heizung des Siedegefaßes erfolgte nicht direkt mit der Flamme, sondern unter Vermittelung eines Ölbad. Durch sorgfältige Regulierung der Heizung konnte ein sehr gleichmäßiges, stoßfreies Sieden erzielt werden, so daß Einstellungen am Manometer mit der gleichen Sicherheit vorgenommen werden konnten, wie bei den Messungen nach der statischen Methode.

Das Manometer Nr. 4 wurde wiederum mit Acetondampf geheizt. Für die Größe der Korrektur wegen des Einflusses des Quecksilberdampfdruckes bei der dynamischen Methode ist zu berücksichtigen, daß der Gesamtdruck im Manometer gleich dem Sättigungsdruck des Wasserdampfes ist. Da bei der Bestimmung der Nullage des Manometers über der Quecksilberoberfläche der Sättigungsdruck des Quecksilbers für die Siedetemperatur des Acetons im Betrage von etwa 0,02 mm herrschte, so ist diese Größe bei den vorliegenden Messungen dem beobachteten Druck hinzugefügt.

Die Beobachtungsergebnisse und ihre weitere Berechnung sind in der folgenden, ebenso wie die Tabelle p. 728—730 angeordneten Zusammenstellung wiedergegeben.

Tag	Manometer	Temperatur		$p_{\text{beob.}}$ mm	$t_{\text{Th.}}$	$t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}}$ in 0,001°	$B - M$
		R 6	N				
XVIII	4	49,634°	49,629°	90,850	49,634	0	- 6
XVIII	4	49,708	49,703	91,126	49,695	+13	+ 7
XIX	4	49,465	49,460	90,115	49,471	- 6	-12
XIX	4	49,562	49,543	90,503	49,558	+ 4	- 2
XIX	4	49,646	49,623	90,826	49,629	+17	+11
XIX	4	50,448	50,443	94,552	50,439	+ 9	+ 3
XIX	4	50,483	50,482	94,753	50,484	+ 4	- 2

Das Mittel ist in der Nähe von 50°

$$t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}} = + 0,006^{\circ},$$

dem der nach der statischen Methode gefundene Wert

$$t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}} = - 0,006^{\circ}$$

gegenübersteht. Da die Unsicherheit der Resultate bei beiden Methoden auf $\pm 0,01^\circ$ zu bewerten sein dürfte, so liegt die Differenz der Werte von $t_{\text{beob.}} - t_{\text{Th.}}$

$$0,012^\circ$$

innerhalb der Beobachtungsfehler. Die Ergebnisse der Beobachtungen nach der dynamischen Methode in der von uns verwendeten Anordnung stimmen also mit den Resultaten nach der statischen Methode überein.

Charlottenburg, den 10. Januar 1910.

(Eingegangen 19. Januar 1910.)

4. Wärmeleitung bei künstlicher Anisotropie; von A. Bador.

(Auszug aus der Inaugural-Dissertation Marburg 1908.)

Bisherige Versuche über Abhängigkeit der Wärmeleitung von einseitigem Druck.

Über die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von äußeren mechanischen Deformationen, speziell von einseitigem Druck, liegen bis jetzt nur zwei Arbeiten vor. Die ältesten Versuche stammen von H. de Sénarmont.¹⁾ Dieser spannte in der Mitte durchbohrte und mit einem Gemisch von Wachs und Terpentin bestrichene quadratische Glas-, Porzellan- und Quarzplatten von 25 mm Kantenlänge und 6 mm Dicke in einen Parallelschraubstock und konnte so einen großen einseitigen Druck ausüben. Durch die Durchbohrung führte er einen Platindraht, den er elektrisch erwärmte. Die durch das geschmolzene Wachs gezeichneten Isothermen waren Ellipsen mit der kleinen Achse parallel dem ausgeübten Druck, und zwar war das Achsenverhältnis für

Porzellan	1,031 bis 1,098
Tafelglas	1,048 „ 1,072
Flintglas	1,058 „ 1,061
Quarz	1,38 bei einem Drucke senkrecht zur Hauptachse,
„	1,24 bei einem Drucke // derselben, während
„	1,31 das Achsenverhältnis in natürlichem Zustande ist, wo die große Achse der Ellipse parallel der Hauptachse ist.

Hiernach wird also die Fortpflanzung der Wärme senkrecht zu dem ausgeübten Druck besser als parallel demselben.

In neuerer Zeit hat C. H. Lees²⁾ einige diesbezügliche Versuche angestellt, und zwar benutzt er eine Methode, bei der die absolute Wärmeleitfähigkeit in Richtung des Druckes

1) H. de Sénarmont, Pogg. Ann. 76. p. 119. 1849.

2) C. H. Lees, Memoires of the Manchester society 43. 21. Februar, Jahrg. 1898—1899. Fortschr. der Physik 55. p. 405. 1899.

bestimmt wird. Bis zu einem Drucke von 70 kg pro cm² findet er keine Änderung der thermischen Leitfähigkeit bei Granit und Marmor, einen geringen Zuwachs bei Glas und Ebonit und einen Zuwachs von 4—5 Proz. bei weichem Sandstein. Während also nach Sénarmont eine Zunahme der Wärmeleitfähigkeit senkrecht zu dem ausgeübten Druck stattfindet, ist nach diesen Versuchen die beste Fortpflanzung in Richtung des Druckes.

Bei der Verschiedenheit der von Sénarmont und Lees erhaltenen Resultate bei ihren Versuchen über die Änderung der Wärmeleitfähigkeit durch einseitigen Druck erscheint es nötig, neue Versuche zur Entscheidung dieser Frage anzustellen. Außerdem soll analog den Braunschens Versuchen die Wärmeleitung in Körpern, die durch Schichtung isotroper Materialien anisotropen Charakter angenommen haben, näher untersucht werden.

Versuche über Abhängigkeit der Wärmeleitung von Druck und Zug.

Bei den nachfolgend beschriebenen Versuchen wandte ich stets die sogenannte Isothermenmethode an. Zuerst angegeben findet sich diese bei Sénarmont.¹⁾ Meist steckte er durch die in der Mitte durchbohrte und mit Wachs bestrichene Platte einen Draht, den er elektrisch erwärmte. Von späteren Forschern, die über denselben Gegenstand arbeiteten, wurde bei dieser Methode nur die Art der Erwärmung oder der Überzugsschicht geändert. So ist Jannettaz²⁾ der erste, der von einer Durchbohrung der Platten absieht und den erwärmten Draht nur auf die Platte aufsetzt. Röntgen³⁾ behaucht eine Platte und läßt durch eine aufgesetzte erwärmte Metallspitze die Hauchschicht verdunsten. Die durch die Verdunstung entstehende Figur fixiert er mit Lycopodium. Hess⁴⁾ kon-

1) H. de Sénarmont, Ann. de chim. et phys. (3) 21. p. 457; Pogg. Ann. 73. p. 191. 1846.

2) E. Jannettaz, Ann. de chim. et phys. (4) 29. p. 5. 1879.

3) W. C. Röntgen, Pogg. Ann. 151. p. 603. 1874; Zeitschr. f. Krist. u. Min. 3. p. 17. 1879.

4) O. Hess, Demonstration von Isothermen auf Platten. Inaug.-Diss. Marburg 1906; Zeitschr. f. phys. u. chem. Unterr. 21. Jahrg. 2. Heft. März 1908. p. 96.

struiert sich einen besonderen elektrischen Heizofen, den er durch die Durchbohrung steckt und benutzt als Überzugsschicht die von Rebenstorff angegebenen und von F. Richarz¹⁾ bei seiner Darstellung des Brechungsgesetzes der Isothermen bereits angewandten Quecksilberdoppelsalze CuJ_2HgJ_2 und $2\text{AgJ}_2\text{HgJ}_2$. Das erste geht bei ca. 70°C . von rot in schwarz und das letzte bei ca. 45°C . von gelb in orange über.

Je nachdem die Umstände es erheischen, wandte ich die eine oder andere Art der Methode an. Bei der Prüfung der Sénarmontschen Versuche benutzte ich natürlich zunächst genau dieselbe Anordnung wie Sénarmont. Erst als sich herausstellte, daß die Versuche aus weiter unten anzugebenden Gründen nicht genau werden konnten, ging ich zur Röntgenmethode über. Daß man bei gedehntem Kautschuk von einer Durchbohrung absehen muß, war von vornherein klar, da das gedehnte Gummiband in seiner ganzen Länge reißt. Ich verfuhr in diesem Falle ähnlich wie Jannettaz. Ein am Ende zugelötetes Messingrohr, das elektrisch erwärmt wurde, setzte ich von oben her auf das zu untersuchende Gummiband auf. Bei den Versuchen über den Verlauf der Wärme in geschichteten Leitern richtete ich mich nach den gerade zur Verfügung stehenden Materialien. Wo eine Durchbohrung angängig war, wandte ich die Sénarmontsche Methode an, wo es die Verhältnisse nicht gestatteten, die Röntgenmethode.

a) Glas.

Zur Bestimmung der Abhängigkeit der Wärmeleitung vom Druck wandte ich zunächst dieselbe Anordnung an wie Sénarmont²⁾, da es sich vorerst um eine Prüfung seiner Versuche handelte. Denn die Achsenverhältnisse der von ihm angegebenen Ellipsen schwanken immerhin innerhalb großer Grenzen, so daß sie sich, zumal der äußere Druck nicht zahlenmäßig angegeben ist, mit letzterem zu ändern scheinen. Zu diesem Zwecke wurden quadratische Kristallglasplättchen von 25 mm Kantenlänge und 6 mm Dicke in der Mitte durchbohrt.

1) F. Richarz, Naturwissensch. Rundschau 17. p. 478. 1902; Marburger Sitzungsber. 25. Juni 1902.

2) H. de Sénarmont, Ann. de chim. et phys. (3) 23; Pogg. Ann. 76. p. 119. 1849.

Durch ein solches ca. 1—2 mm großes Loch wurde ein Mangan-
draht gesteckt, so daß er sanft an dem Rande anlag. Die
Enden des Drahtes wurden mit den beiden Polen eines Akku-
mulators verbunden. Die Ränder der Glasplättchen waren
eben geschliffen, um einen möglichst innigen Kontakt mit den
Schraubstockbacken zu erzielen. Als Überzugsschicht benutzte
ich Paraffin, das sich mit einem breiten Pinsel leicht auftragen
läßt. Wenn auch Paraffin keinen bestimmten Schmelzpunkt
hat, so waren die entstandenen Schmelzkurven doch deutlich
ausgeprägt und gestatteten eine genaue Messung.

Die Benutzung von Paraffin bot noch insofern einen Vor-
teil, als zwei Kurven deutlich ausgeprägt waren. Es war
dies einmal die eigentliche Schmelzkurve und dann noch eine
zweite, die sich durch besonderen Glanz von dem übrigen
Paraffin abhob. Sie umschließt die eigentliche Schmelzkurve,
entspricht also einer tieferen Temperatur. Sie ist wohl durch
langsame Erwärmung bzw. Abkühlung entstanden, wodurch
sich größere Kristallindividuen bildeten, und der besondere
Glanz zu erklären ist. Sie ist zu Messungen ganz gut geeignet
und eben dann gut brauchbar, wenn es sich um Materialien
handelt, die eine starke Erwärmung nicht gestatten. Dieselbe
Beobachtung machte schon Voigt¹⁾ an seinem Elaidinsäure-
Terpentinngemisch.

Zunächst versicherte ich mich, daß die so hergerichteten
Platten, wenn sie nicht in den Schraubstock gespannt waren,
einen Kreis als Isotherme ergaben. Alsdann spannte ich sie
sanft in den Schraubstock ein, daß sie eben festhielten, und
ließ nun die Erwärmung vor sich gehen. Die entstandenen
Isothermen waren jetzt aber keine Kreise mehr, sondern
zeigten eine deutliche Verlängerung parallel den Backen des
Schraubstockes. Offenbar war es der Einfluß dieser gewaltigen
Eisenmassen, die die Wärme nach der Seite der Schraubstock-
backen schneller wegführten und so die elliptische Begrenzung
der Schmelzkurve verursachten. Das Achsenverhältnis einer
solchen Isotherme wächst natürlich mit der Annäherung an die
Schraubstockbacken. Dementsprechend erhielt ich Werte des
Achsenverhältnisses, die zwischen 1,05 und 1,17 schwankten.

1) Vgl. W. Voigt, Wied. Ann. 64. p. 100. 1898.

Es galt nun sich von dem Einfluß der Schraubstockbacken frei zu machen. Bei Verwendung größerer Platten — bis zu 6 cm Kantenlänge — zeigte sich immer noch der störende Einfluß, wenn auch in geringerem Maße. Fügte ich an die kleinen Plättchen seitlich noch kräftige Eisenmassen, daß also das ganze Glas mit einem Eisenmantel umgeben war, so konnte ich zwar den störenden Einfluß der Backen bedeutend herabsetzen, aber nicht vollständig ausschalten. Bei gleicher Kurvengröße bekam ich z. B. das Achsenverhältnis 1,13 ohne seitliche Eisenmassen und 1,06 mit seitlichen Eisenmassen. Bei Ausübung eines Druckes mußte ich also diesen Faktor stets berücksichtigen. Doch da er nie einen konstanten Wert behielt und außerdem die Durchbohrung der Platte nur einen geringen Druck gestattete, so zog ich es vor, die Sénarmontsche Anordnung aufzugeben und die Röntgenmethode anzuwenden.

Ein an dem einen Ende eben abgedrehter Kupferdraht von 0,75 mm Dicke oder eine Nadel wurde in der Bunsenflamme erwärmt und auf die behauchte Glasplatte senkrecht aufgesetzt. War die Hauchsicht genügend weit um die Spitze herum verdunstet, so wurde die Isotherme mit *Lycopodium* fixiert, das aus einem weithalsigen Gefäß auf die betreffende Platte gestreut wurde. Durch vorsichtiges Blasen und Klopfen auf der Rückseite des Plättchens kann man das überflüssige *Lycopodium* wieder entfernen, das dann nur an den behauchten Stellen hängen bleibt. Durch einige Übung und mit etwas Vorsicht erhält man Figuren, welche die zu einer Messung nötige Schärfe besitzen. Dabei ist vor allem darauf zu achten, daß die Hauchsicht möglichst fein und gleichmäßig aufgetragen werde, und daß das Bestreuen mit *Lycopodium* möglichst rasch und in großen Mengen zu erfolgen hat. Durch Anwendung dieser Methode ist man infolge der schnellen Ausbreitung der Wärme — Behauchen, Aufsetzen der Spitze und Bestreuen mit *Lycopodium* nimmt nur ca. 3 Sek. in Anspruch — vor allem vor dem Einfluß der Backen geschützt. Es handelt sich bei ihr nicht um einen stationären Zustand, wie bei Sénarmont, sondern um einen nicht stationären, bei dem die Backen noch gar nicht von der Erwärmung ergriffen sind.

Erzeugte ich also mittels dieser Methode auf den sanft in den Schraubstock eingeklemmten Platten die Isothermen, so waren sie stets Kreise. Komprimierte ich nun und erzeugte dann die Isothermen, so zeigte sich, daß sie stets Kreise waren. Eine Ellipse erhielt ich nie, selbst dann nicht, wenn die Platten bis zur Grenze der Druckfestigkeit gepreßt wurden. Von zehn Isothermen, die unter einem Mikroskop mit Fadenzkreuz auf einer Schlittenverschiebung gemessen wurden, zeigten vier eine ganz geringe Verlängerung senkrecht zu dem ausgeübten Druck, während die übrigen parallel dem Druck etwas verlängert waren. Eine Veränderung der Isotherme mit dem Druck konnte also nicht wahrgenommen werden. In folgender Tabelle sind die Dimensionen einiger Isothermen angegeben, die bei Anwendung des stärksten Druckes erzeugt wurden.

Achse senkrecht zum ausgeübten Druck	Achse parallel dem ausgeübten Druck	Achsenverhältnis $\frac{\text{senkrecht}}{\text{parallel}}$
mm	mm	
3,855	3,845	1,002
3,950	3,960	0,997
4,030	4,040	0,997
3,700	3,720	0,994
3,370	3,420	0,985
3,830	3,880	0,987
3,825	3,790	1,009
4,200	4,180	1,003
3,610	3,620	0,997
3,710	3,660	1,013

Dabei ist zu beachten, daß die einzelnen Figuren mit unbewaffnetem Auge betrachtet, stets eine scharfe Umgrenzung zeigen, unter dem Mikroskop dagegen die Einstellung rechts oder links von einem Lycopodiumkorn schon eine Verschiebung von einigen Tausendstel Millimetern zur Folge hat. Die geringen Verlängerungen der Isotherme in der einen oder andern Richtung fallen also schon unter die Beobachtungsfehler. Um dem Einwurf entgegenzutreten, als sei das Glas nach der Entfernung aus dem Schraubstock wieder in sein ursprüngliches

Volumen zurückgetreten und es habe sich so eine vielleicht in der Richtung des Druckes bestehende Verkürzung der Isotherme wieder ausgeglichen oder gar eine Verlängerung zur Folge gehabt, so sei bemerkt, daß — abgesehen von der geringen Kompressibilität des Glases, die dies sehr unwahrscheinlich erscheinen läßt — eine ganze Reihe von Isothermen, während die Glasplatten noch in dem Schraubstock waren, mit der Lupe beobachtet wurden. Dabei konnte niemals eine Verlängerung in dem einen oder anderen Sinne bemerkt werden. *Eine Abhängigkeit der Wärmeleitung des untersuchten Materiales vom Druck konnte also nicht nachgewiesen werden.* Die große Abhängigkeit der Wärmeleitung des Porzellan vom Druck, wie sie Sénarmont gefunden, dürfte wohl auch wesentlich dem Einfluß der Schraubstockbacken zuzuschreiben sein.

b) Schiefer.

Weiterhin wurden quadratische Schieferplatten von 2 bis 3 cm Kantenlänge und ca. 1 cm Dicke nach der Röntgenmethode untersucht. Die Isothermen auf der Schieferungsebene waren in natürlichem Zustande Kreise, auf einer Ebene senkrecht zur Schieferung Ellipsen, mit der großen Achse parallel der Schieferungsebene. *Eine Veränderung der Wärmeleitfähigkeit mit dem Druck konnte ich hierbei nicht konstatieren.* Weder ging die ursprüngliche Kreisisotherme auf der Schieferungsebene in eine Ellipse über, noch wurde die ursprüngliche Ellipse in Richtung der Schieferung verändert, und zwar weder durch einen Druck in Richtung der Schieferung noch durch einen solchen senkrecht dazu.

Außer Glas und Porzellan hatte Sénarmont auch noch Quarz untersucht und ebenfalls eine beträchtliche Änderung der Wärmeleitfähigkeit gefunden. Die Werte der einzelnen Achsenverhältnisse sind ja bereits einleitend angegeben. Doch auch hier dürfte die Änderung auf Rechnung der Schraubstockbacken fallen. Denn, da bei Quarz in natürlichem Zustande die große Achse der Isotherme parallel der Hauptachse ist, so muß bei einem Drucke senkrecht zu ihr die Wärme unter dem Einfluß der Eisenmassen nach diesen hin und somit in Richtung der kleinen Achse schneller abfließen als senkrecht dazu und so eine Vergrößerung der Elliptizität hervor-

rufen. Bei einem Einklemmen entsprechend einem Drucke parallel der Hauptachse fließt natürlich die Wärme in Richtung der großen Achse besser ab und verkleinert so das Achsenverhältnis, genau wie Sénarmont beobachtet hat.

Die Vermutung, daß die von Sénarmont gefundene Abhängigkeit der Wärmeleitung vom Druck dem Einfluß der Schraubstockbacken zuzuschreiben sei, gewinnt um so mehr noch an Wahrscheinlichkeit dadurch, daß eine theoretische Behandlung der Wärmeleitung in solchen aus drei ebenen nebeneinander liegenden Platten von verschiedenem thermischem Leitvermögen zusammengesetzten Systemen, wie wir sie bei diesen Versuchen vor uns haben, Isothermen von gerade der Gestalt für die Mittelplatte liefert, wie sie Sénarmont beobachtet und fälschlich als Anisotropie der Mittelschicht gedeutet hat. Es liegt hier offenbar folgender Idealfall vor. Eine streifenförmige Platte vom Leitvermögen k_1 , die in einer Richtung unendlich ausgedehnt ist, grenzt beiderseits an unendlich ausgedehnte ebene besser leitende Platten vom Leitvermögen k_2 , also $k_2 > k_1$. In der Mitte der ersten Platte befindet sich eine punktförmige Wärmequelle. Wie ist die Form der Isotherme in stationärem Zustand? Die Aufgabe läßt sich lösen an Hand bereits aufgestellter Lösungen ähnlicher Aufgaben aus anderen Gebieten der Physik.¹⁾ Es ergibt sich²⁾, daß die Isothermen auf der mittleren Platte ihre größte Ausdehnung in der Längsrichtung der Mittelplatte haben, falls diese, wie es ja hier der Fall war, schlechter leitete als die beiden Außenplatten, in Übereinstimmung mit dem experimentellen Befund über den die Isothermen störenden Einfluß der Klemmböcken. An aneinander gelöteten Platten aus verschiedenem Metall wurden diese Folgerungen auch noch experimentell bestätigt.

Versuche über die Abhängigkeit der Wärmeleitung von einseitigem Zug an Gummibändern.

In Anbetracht der außerordentlich geringen Deformationen, denen man Glas überhaupt unterwerfen kann, ist es nicht

1) Vgl. über solche Analogien z. B. F. Richarz, „Anfangsgründe der Maxwell'schen Theorie verknüpft mit Elektronentheorie“ p. 105. Leipzig 1909.

2) Vgl. Diss. p. 8 ff.

auffallend, daß keine Abhängigkeit der Wärmeleitung vom Druck konstatiert werden konnte, da ja selbst die Änderung des Brechungsindex bei einseitig gepreßten Gläsern, wie sie von Pockels untersucht wurden, nur sehr klein ist, obwohl minimale Änderungen des Brechungsindex leicht zu konstatieren sind, die bisher zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit ausgearbeiteten Methoden eine so große Genauigkeit aber nicht gestatten. Bei Substanzen, die einer größeren Deformation fähig sind, ließe sich daher eher eine Abhängigkeit der Wärmeleitung von einseitiger Deformation vermuten. Deshalb stellte ich Versuche an Gummi an, und zwar an gedehnten Bändern. Hierbei wurde die Dehnung gewählt, da sich ein gleichmäßiges Pressen von Gummi nur sehr schwer erreichen läßt. Das verwandte Material war reines Para, von der Firma Roller in Frankfurt a. M. in großen $1\frac{1}{2}$ mm dicken Platten bezogen, um möglichst stets genau dasselbe Material zu haben. Aus diesen großen Platten wurden passende Stücke gewöhnlich von der Größe 15×15 cm herausgeschnitten und in einem besonders konstruierten Zugapparat¹⁾ gedehnt.

Da das gedehnte Gummiband ohne zu zerreißen eine Durchbohrung nicht gestattet, so ging ich ähnlich wie Jannettaz vor, indem ich nur von oben her eine punktförmige Wärmequelle aufsetzte. Diese bestand aus einem an dem einen Ende konisch zugelöteten Messingrohr, in welchem sich ein Griffel mit Manganindraht umwickelt befand, der mit zwei Akkumulatoren erwärmt wurde. Die Wickelungen waren hierbei so, daß beide Enden des Drahtes oben herausragten. Man wickelte also einmal den Draht auf das Gewinde auf, isolierte dann diese Lage mit einer Asbesthülle und wickelte auf dieser den Draht wieder möglichst gleichmäßig zurück. Das Ganze war dann noch einmal in Asbest gehüllt, um eine gleichmäßige Wärmeabgabe nach allen Seiten hin zu erzielen. Dieser kleine Heizofen konnte in einer Holzschiene bequem auf- und abgeschoben werden, so daß stets ein vertikales Aufsetzen auf das Gummiband möglich war.

Als Überzugsschicht benutzte ich zunächst Paraffin, dessen Schmelzpunkt ich zu ungefähr 50°C . bestimmte. Das Auf-

1) Vgl. Diss. p. 48.

tragen des geschmolzenen Paraffins geschah mit einem breiten Pinsel und zwar war die Schicht so dünn, daß man eine Beeinträchtigung der Wärmeverteilung in dem Gummiband nicht zu befürchten brauchte. Sie ergab sich nämlich zu 0,04 bis 0,05 mm Dicke. Die Bestimmung der Dicke geschah folgendermaßen. Aus der Paraffinschicht, die sich mit einiger Vorsicht bequem vom Gummiband wieder loslösen ließ, wurden kleine rechteckige Stücke herausgeschnitten, ausgemessen und gewogen. Nach Bestimmung des spezifischen Gewichtes konnte nach der Definitionsgleichung $\text{spez. Gew.} = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}$ die Dicke leicht berechnet werden.

Zunächst versicherte ich mich natürlich an verschiedenen Stücken, daß die Isothermen in ungedehntem Zustande Kreise waren. Hatte man nun ein Stück in der angegebenen Weise gedehnt und mit Paraffin überzogen, so waren die jetzt erzeugten Isothermen Ellipsen mit ihrer großen Achse parallel dem ausgeübten Zuge, eine Tatsache, die eine Abhängigkeit zu sichern schien und zwar in dem Sénarmontschen Sinne. Da sich jedoch in die verschiedenen Achsenverhältnisse keine richtige Ordnung bringen ließ und selbst die an verschiedenen Stellen desselben Bandes oder an verschiedenen Bändern bei derselben Dehnung erzeugten Isothermen voneinander abwichen, so lag die Vermutung nahe, daß irgendwelche Vorgänge noch den Versuch störten. Da ein gedehntes Gummiband nicht nach allen Seiten hin gleichmäßig ausgedehnt ist, vielmehr das Band infolge der Querkontraktion in der Mitte verhältnismäßig schmal gegenüber den festgeklebten Enden wird, so konnte man vermuten, daß infolgedessen die Ausbreitung der Wärme wesentlich beeinflußt werde. Deshalb schnitt ich mir Stücke in der Form eines gedehnten Gummibandes von der Größe des entsprechend gedehnten Stückes und erzeugte auf ihnen die Isothermen in ungedehntem Zustande. Die Kurven gleicher Temperatur waren aber hier stets Kreise. Hierdurch war also der Versuch nicht gestört worden.

Ein weiteres Bedenken war das, ob der Gummi nicht durch die Erwärmung angegriffen wurde. Dies war tatsächlich der Fall. Der Gummi wurde nämlich durch allzustarke Erwärmung weich und konnte an diesen Stellen den auf ihn

wirkenden Kräften nachgeben. Um dies genau zu konstatieren, zog' ich mit Tinte auf das gedehnte Gummiband im Abstand von 2 mm gerade Linien parallel und senkrecht zum ausgeübten Zuge. Machte ich nun einen Versuch unter sonst gleichen Bedingungen wie bisher, so zeigten die Linien parallel dem Zuge eine kleine gegenseitige Annäherung entsprechend der Querkontraktion, und die Linien senkrecht zum Zuge eine kleine gegenseitige Entfernung und Ausbuchtung entsprechend der Längsdilatation des gedehnten Streifens. Die Abweichungen von einer Geraden verloren sich allmählich, je weiter man von der Erwärmungsstelle wegging. Die Größe der Abweichungen, die unter der Lupe mit einem Präzisionszirkel gemessen wurden, deckten sich mit dem Unterschied der Achsen der Isotherme. Genauer untersucht habe ich dies bei 20, 50 und 90 Proz. Dehnung. Bei einem Versuch mit 90 Proz. Dehnung betrug der Abstand zweier Striche, die senkrecht zur Richtung der Dehnung gezogen waren, 10,58 mm vor der Erwärmung. Erwärmte man nun bis das Wachs ungefähr bis zu diesen beiden Strichen geschmolzen war, so hatten diese jetzt nicht mehr die Entfernung 10,58 mm, sondern 10,80 mm; die beiden Striche waren also um 0,22 mm weiter voneinander entfernt. Zwei Striche, die parallel der Richtung der Dehnung gezogen waren, hatten sich durch Querkontraktion um ca. 0,1 mm einander genähert. Nun war die Länge der großen Achse dieser Isotherme 10,65 mm, die der kleinen 10,35 mm. Gerade soviel etwa beträgt aber die infolge der Erwärmung hervorgerufene Entfernung der zur Dehnung senkrechten und die Annäherung der zur Dehnung parallelen Striche zusammen. Hätte das Nachgeben also nicht stattgefunden, dann wäre die Isotherme ein Kreis geblieben. Die Achse in Richtung der Dehnung wäre dann $10,65 - 0,22 = 10,43$ und die Achse senkrecht zur Dehnung $= 10,35 + 0,1 = 10,45$ geblieben. Die Unterschiede der Achsen heben sich also mit diesen Abweichungen auf. Dadurch ist also indirekt bewiesen, daß für das untersuchte Material keine mit dieser Methode meßbare Abhängigkeit der Wärmeleitung besteht.

Es war klar, daß nur durch die zu starke Wärmezufuhr der Gummi in dieser Weise angegriffen werden konnte. Ließ diese sich auf ein Minimum herabsetzen, so konnte man hoffen,

auch einen direkten Beweis für die Unabhängigkeit der Wärmeleitung des untersuchten Materiales vom Zuge zu liefern. Dies war nur dadurch zu erreichen, daß man als Überzugsschicht eine andere mit niedrigerem Schmelzpunkte als Paraffin benutzte; denn die Wärmezufuhr muß wegen der geringen Leitfähigkeit des Gummis sehr groß sein, um einigermaßen große Isothermen zu erhalten. Deshalb benutzte ich teils die von Voigt¹⁾ angegebene Elaidinsäure, die bei ca. 45° C. schmilzt, und teils Walrat, das bei 44—45° C. schmilzt. Bei allen Versuchen, bei denen ich diese Fette als Überzugsschicht benutzte, beschränkte ich mich auf geringe Wärmezufuhr, damit aber auch auf eine geringe Ausdehnung der Isotherme. Auf das gedehnte Gummiband wurde Walrat in der gewöhnlichen Weise mit einem breiten Pinsel aufgetragen, Elaidinsäure so, daß man einige Körnchen auf das Band streute, mit der Bunsenflamme vorsichtig zum Schmelzen brachte und mit einem kleinen Pinsel fein verteilte oder mit einer erwärmten Glasplatte ausbreitete. Auch hierbei waren natürlich wieder Striche im Abstand von 2 mm auf das gedehnte Gummiband aufgetragen. Die bei 50 und 90 Proz. Dehnung erzeugten Isothermen waren alle Kreise, eine Abweichung davon konnte ich nicht bemerken. Die Zirkelstellung paßte nach der Erwärmung noch genau so gut zwischen die aufgetragenen Marken wie vor derselben, diese hatten sich also weder einander genähert noch voneinander entfernt. Eine Abhängigkeit der Wärmeleitung des untersuchten Materiales von einseitigem Zuge ließ sich also nicht nachweisen.

Wärmeleitung in geschichteten Materialien.

Der Umstand, daß die Backen des Schraubstockes einen so gewaltigen Einfluß auf die Verteilung der Wärme in der Glasplatte bei den Sénarmontschen Druckversuchen ausübten und so die von Sénarmont gefundene vermeintliche große Abhängigkeit der Wärmeleitung erklärten, lenkten die Aufmerksamkeit auf den Verlauf der Wärme in geschichteten Materialien. Denn die Glasplatte mit den Schraubstockbacken kann als ein geschichteter Leiter, wenn auch nur aus drei

1) W. Voigt, Wied. Ann. 17. p. 257. 1882 und 19. p. 183. 1883.

Schichten bestehend, aufgefaßt werden. Außerdem hat die Untersuchung der Wärmeleitung in geschichteten Medien ein weittragendes Interesse, insofern in der Natur derartige Schichtkörper im großen vorkommen in den geschichteten und geschieferten Sedimentgesteinen der Erdrinde. Der wesentliche Unterschied zwischen Schieferung und Schichtung besteht darin, daß die Schichtung etwas Ursprüngliches bei der Entstehung des Gesteins Gebildetes darstellt, während die Schieferung etwas vom Gestein später Erworbenes bildet, und zwar das Ergebnis seitlichen Druckes (tangentialer Pressung in der Erdrinde) ist.

a) Theoretisches.

Bevor die Versuche mitgeteilt werden, sei kurz einiges über die Theorie der Wärmeleitung in Schichtkörpern gesagt. Es möge ein Schichtkörper hergestellt sein derart, daß unendlich ausgedehnte ebene dünne Platten von der Dicke c und dem Leitvermögen k mit den breiten Flächen abwechselnd dicht aneinander gelegt sind an Platten von der Dicke c' und dem Leitvermögen k' . Ein solcher Schichtkörper wird sich in seinem Verhalten gegen Wärme analog verhalten wie etwa ein einachsiger Kristall gegen die außerordentlichen Strahlen. Man wird zu unterscheiden haben die Wärmeleitfähigkeit k_p , parallel zu den Schichtflächen, und k_q , quer zu den Schichtflächen. Elementare Überlegungen führen zu den Formeln

$$k_p = \frac{k c + k' c'}{c + c'},$$

$$k_q = k k' \frac{c + c'}{c k' + c' k}.$$

Das Achsenverhältnis einer Isotherme auf einer Platte aus einem einachsigen Kristall ist nun wie Kirchhoff¹⁾ gezeigt hat, gleich der Quadratwurzel aus dem Verhältnis der beiden Leitfähigkeiten in den beiden aufeinander senkrechten Richtungen. Für den Schichtkörper wird also das Verhältnis der beiden Leitfähigkeiten:

$$A = \frac{k_p}{k_q} = \frac{\frac{k c + k' c'}{c + c'}}{k k' \frac{c + c'}{c k' + c' k}} = \frac{k c + k' c'}{k' c + k c'}.$$

1) G. Kirchhoff, Vorlesungen über math. Physik 4. Theorie der Wärme, herausgeg. von M. Planck, p. 46ff.

Dividieren wir hierin Zähler und Nenner durch c' und setzen c/c' , das Verhältnis der Dicken $= v$ und $k/k' + k'/k = W$, so wird:

$$A = \frac{v^2 + vW + 1}{(v+1)^2}.$$

Das Achsenverhältnis einer solchen Ellipse hängt also von dem Verhältnis der Einzeleleitfähigkeiten und von dem Verhältnis der Dicke der Schichten zueinander ab. Eine nähere Betrachtung des Ausdruckes für das Achsenverhältnis ist nicht ohne Interesse. W ist, wie leicht zu sehen, stets > 2 . Es läßt sich also, wenn wir $W = 2 + \delta$ setzen, der Ausdruck für das Achsenverhältnis auch schreiben in der Form:

$$A = \frac{1 + v^2 + 2v + \delta v}{1 + v^2 + 2v}.$$

Dies ist aber für endliche Werte von v stets größer als 1, d. h. also: die Wärmeleitfähigkeit ist immer in Richtung der Schichten am größten, wie auch das Verhältnis der Wärmeleitfähigkeit und Schichtdicken im einzelnen sein möge. Genau denselben Wert behält das Achsenverhältnis, wenn wir v durch $1/v$ ersetzen; dann wird nämlich

$$A = \frac{1 + vW + v^2}{1 + 2v + v^2}.$$

Dies ist aber derselbe Ausdruck wie oben. Durch Vertauschen der Dicken der einzelnen Schichten wird also das Achsenverhältnis einer Isotherme auf einem Schichtkörper nicht geändert.

Für $v = 0$ und $v = \infty$, d. h. wenn wir einen Körper haben, der nur aus einer einzigen Schicht bzw. aus einer sehr dicken des einen Materials und einer sehr dünnen des anderen Materials besteht, nimmt obiger Ausdruck den Wert 1 an. Für diese beiden Fälle ist also die Isotherme, wie es sein muß, ein Kreis, d. h. das Achsenverhältnis der Isotherme ein Minimum. Zwischen den Werten $v = 0$ und $v = +\infty$ muß demnach mindestens ein Maximalwert von A für irgend einen Wert von v liegen, der eventuell noch von W abhängen kann. Die Rechnung liefert das Resultat:

Das Maximum des Achsenverhältnisses tritt unabhängig von dem Verhältnis der Wärmeleitfähigkeiten ein, wenn die Schichtdicken beider Substanzen gleich groß sind.

Die Gleichungen gelten unter der Voraussetzung, daß die einzelnen Schichten sich ohne jede Zwischenschicht innig berühren. Vollkommen wird man dies bei Herstellung eines Schichtkörpers nie erreichen können. Es wird stets eine mehr oder weniger dicke Luftschicht zwischen den einzelnen Schichten sich befinden. In den meisten Fällen allerdings wird sie so gering und von so unsicherer Dicke sein, daß man sie ohne weiteres vernachlässigen kann. Will man sie dagegen mit berücksichtigen, so kann man sie als dritte Schicht von der Dicke c'' und dem Leitvermögen k'' der Luft einführen und erhält dann für die Wärmeleitfähigkeit quer zu den Schichten

$$\frac{c + c' + c''}{k_q} = \frac{c}{k} + \frac{c'}{k'} + \frac{c''}{k''}$$

und für die Wärmeleitung parallel zu den Schichten

$$k c + k' c' + k'' c'' = k_p (c + c' + c'').$$

Die Annahme, daß man die Luftschicht bei genügendem Druck vernachlässigen kann, wird durch Versuche von L. Ott¹⁾ bestätigt. Bei der Untersuchung der Wärmeleitung in Paketen von Dynamoblechen fand er nämlich, daß die Wärmeleitfähigkeit bei geringem Flächendruck mit dessen Vergrößerung rasch zunimmt, daß hingegen bei Pressungen über 1 kg/qcm die Vergrößerung der Wärmeleitung nur mehr gering ist.

Da das Achsenverhältnis nur von dem Verhältnis der Dicken der einzelnen Schichten zueinander und von dem Werte der einzelnen Leitfähigkeiten abhängt, so kann man nach obiger Gleichung den Wert des Achsenverhältnisses leicht angeben, wenn v und W bekannt ist. Umgekehrt kann man aber auch bei bekanntem Achsenverhältnis und bekanntem Schichtdickenverhältnis v das W berechnen. Kennt man dann aber die Leitfähigkeit einer der beiden Schichten, so läßt sich die der anderen leicht angeben. Es wird ja nach Gleichung p. 750

$$W = \frac{A(v+1)^2 - v^2 - 1}{v},$$

1) L. Ott, Untersuchungen zur Frage der Erwärmung elektrischer Maschinen. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, insbesondere aus den Laboratorien der technischen Hochschulen. Herausgegeben vom Verein deutscher Ingenieure, Heft 35 und 36, p. 53. Berlin 1906.

Setzt man nun

$$W = L + \frac{1}{L},$$

so wird

$$L^2 - L W + 1 = 0,$$

$$L = \frac{W}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{W}{2}\right)^2 - 1}.$$

Da nun $L = k/k$ ist, so kann man, wenn eine der beiden Leitfähigkeiten bekannt ist, hieraus die andere angeben.

Man hat also hier eine einfache Methode zur Bestimmung der relativen Wärmeleitfähigkeit. Zu diesem Zwecke bringt man dünne Plättchen der zu untersuchenden Substanz von bekannter Dicke mit irgendwelchen Plättchen von bekannter Leitfähigkeit und bekannter Dicke zu einem Schichtkörper zusammen. Dann erzeugt man etwa nach der von Röntgen angegebenen Methode eine Isotherme auf der ebenen Oberfläche, mißt das Achsenverhältnis und berechnet dann in der angegebenen Weise die gesuchte Leitfähigkeit. Allerdings muß man wissen, welche der beiden Substanzen die besser leitende ist. Es ist dies zwar eine Einschränkung der Methode; aber sie wird doch in vielen Fällen, wo dies von vornherein klar ist, brauchbar sein und liefert auch, wie aus der Tabelle p. 755 ersichtlich ist, ganz gute Resultate.

b) Versuche an natürlich geschichteten Substanzen.

Mit der Wärmeleitung in schiefrigen und geschichteten Materialien hat sich besonders Jannettaz¹⁾ beschäftigt. Er kommt zu dem Resultat, daß sich die Wärme in einzelnen Kristallen in der Richtung der Hauptspaltbarkeit, bei schiefrigen Gesteinen in Richtung der Schieferung besser fortpflanzt als senkrecht dazu; daß die Verbreitung der Wärme dagegen unabhängig ist von dem lamellaren Aufbau der Kristalle und von der Schichtung der Gesteine.

1) E. Jannettaz, Bulletin de la Soc. géol. de France (3) 1. p. 117. 1872; 2. p. 264. 1874; 3. p. 499 ff. 1875; 4. p. 116 u. 553. 1875; 9. p. 196 ff. 1881. — Vgl. auch die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit geschichteter und schiefriger Gesteine, die enthalten sind in J. Koenigsberger (unter Mitwirkung von E. Thoma und H. Götz) *Eclogae geologicae Helvetiae* 10. Nr. 4. p. 506. Dez. 1908.

Am nächstliegenden von natürlich geschichteten Materialien war der in hiesiger Gegend so verbreitet vorkommende Buntsandstein. In einem nahegelegenen Sandsteinbruch suchte ich mir Stücke, deren Schichten deutlich ausgeprägt waren. Solche senkrecht zur Schichtung hergerichtete Platten wurden mit Schmirgel auf beiden Seiten glatt geschliffen, in der Mitte durchbohrt und mit Jodkupferjodquecksilber bestrichen. In die Durchbohrung wurde ein Messingrohr eingepipst, in dem sich ein Griffel mit Heizspirale befand, genau wie oben beschrieben. Die Isothermen, deren Ausdehnung mit dem Zirkel abgemessen wurden, hatten an einem solchen Stück von der Größe 10×15 cm folgende Dimensionen:

Achse // der Schichtrichtung:	3,95—3,98—3,97—3,93—3,91—3,63—3,99 cm
„ \perp „	3,87—3,85—3,83—3,83—3,89—3,50—3,88 „
Achsenverhältnis:	1,020—1,033—1,038—1,023—1,028—1,037—1,028

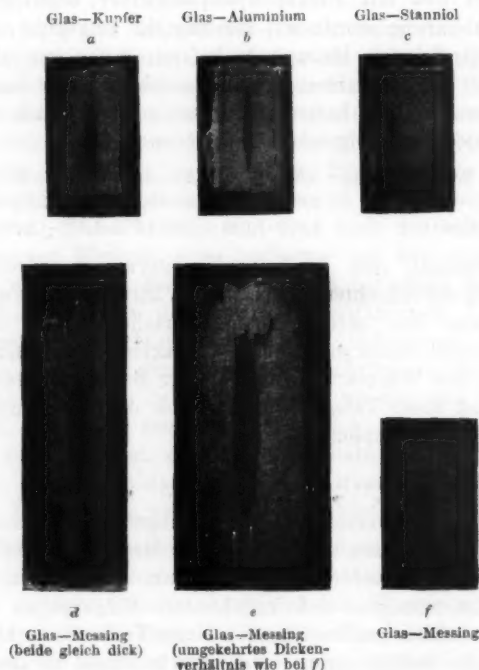
Es ist demnach eine deutliche Erweiterung der Isothermen in Richtung der Schichten bemerkbar. Während also Jannettaz für die von ihm untersuchten Materialien Kreise als Isothermen erhält, findet nach diesen Versuchen eine bessere Fortpflanzung der Wärme in Richtung der Schichten statt. Bestätigt wird diese Tatsache noch durch die Ergebnisse beim Durchstich des Simplontunnels.¹⁾

e) In künstlich geschichteten Körpern.

Um die nach verschiedenen Richtungen verschiedene Fortpflanzung der Wärme in geschichteten Materialien noch deutlicher zu demonstrieren und ferner, um die aus den theoretischen Erörterungen sich ergebenden Folgerungen experimentell zu prüfen, machte ich noch einige Versuche an künstlich hergestellten Schichtungen. Genau wie obige Versuche mit den Deckgläschen setzte ich nun abwechselnd solche mit dünnen Metallplättchen zusammen, um die Unterschiede möglichst auffallend hervortreten zu lassen. So nahm ich der Reihe nach in abwechselnd gleicher Dicke Glas mit Kupfer, dann mit Messing, mit Aluminium und schließlich mit Stanniol zusammen. Alle Plättchen waren 25 mm im Quadrat und

1) Vgl. hierüber E. Kayser, Lehrbuch der allgemeinen Geologie, II. Aufl. p. 59. Stuttgart 1905.

möglichst dünn, um eine Ausdehnung der Isotherme über möglichst viele Schichten zu bekommen. Eine solche aus ca. 70 Plättchen bestehende Säule wurde mittels zweier Eisenstäbchen durch zwei Schrauben zusammengepreßt und zwar so fest, als es die Deckgläschen ertragen konnten, ohne zu zerplatzen. Dadurch wurde ein eventuelles Eindringen von



Schmirgelresten in die Fugen verhindert. Eine dünne Luftschicht wird allerdings immer noch zurückbleiben, aber sie kann vernachlässigt werden, da sie äußerst dünn ist und die Wärmeleitfähigkeit von einem Druck von $1 \text{ kg/cm}^2 \text{ an}^1$, welcher sicher erreicht war, sich nicht mehr ändert. Ein so hergerichteter Körper wurde eben geschliffen und glatt poliert.

1) Vgl. die zitierten Versuche von L. Ott.

Mittels der Röntgenmethode konnte man nun die Isothermen erzeugen. Diese waren stets in Richtung der Schichten verlängert. Je nach dem Leitvermögen des dem Glas zugegebenen Metalles waren die Isothermen verschieden ausgedehnt und hatten eine für die betreffende Anordnung charakteristische Form. In den vorstehenden Figuren sind die Formen angegeben.

Es ergaben sich aus je zehn Versuchen folgende Werte für die Achsenverhältnisse:

Glas-Kupfer	8,628
Glas-Messing	5,562
Glas-Aluminium	7,066
Glas-Stanniol	2,289.

Nimmt man als Wärmeleitfähigkeit des Glases den Wert 0,0020 an, so berechnet sich nach der Formel auf p. 752 die Wärmeleitfähigkeit von:

Kupfer	0,868
Messing	0,378
Aluminium	0,501
Stanniol	0,103.

Die aus den gefundenen Achsenverhältnissen berechneten Werte für die einzelnen Metalle stimmen mit ziemlicher Genauigkeit mit den von anderen Autoren ermittelten Werten überein. So ist nach Jäger und Diesselhorst die Wärmeleitfähigkeit für Kupfer bei 100° gleich 0,877 und für Aluminium gleich 0,492. Für Messing fand Lorentz 0,254. Der Wert für Stanniol stimmt nicht gut mit dem für reines Zinn — 0,14 — überein. Doch sollen häufig Verunreinigungen durch Blei, dessen Leitfähigkeit gleich 0,08 ist, vorkommen, so daß dadurch die Leitfähigkeit des Stanniols leicht heruntergedrückt werden könnte. Während Aluminium und Kupfer nur um wenige Prozent von den Jäger und Diesselhorstschen Werten abweichen, ist für Messing allerdings eine sehr beträchtliche Abweichung vorhanden. Da es aber ganz auf die wechselnde Zusammensetzung desselben ankommt, so sind Bedenken gegen dieses Resultat wohl nicht schwerwiegend. Man kann also sehr wohl durch Herstellung eines Schichtkörpers die Wärmeleitfähigkeit einer Substanz mittels der Isothermenmethode ermitteln, indem man Plättchen von bekannter Leitfähigkeit mit solchen, deren Leitfähigkeit man bestimmen will, kom-

binirt. Einen Anspruch auf eine Präzisionsmethode will allerdings diese Anordnung nicht machen. Sie dürfte sich aber vielleicht da empfehlen, wo das Material nur in einer dünnen Platte vorliegt, wo die anderen Methoden versagen.

Wie gezeigt, muß das Achsenverhältnis ein Maximum werden, wenn die einzelnen Schichten gleich dick sind. Um dies zu prüfen, schichtete ich Deckgläschen von der Größe 25×50 mm und der Dicke 0,15 mm mit Messingplättchen von genau gleichen Dimensionen zusammen. Die Isothermen wurden auch hier, nachdem der Schichtkörper eben geschliffen und poliert war, mit der Röntgenmethode erzeugt. Das Achsenverhältnis der Isothermen war tatsächlich größer als für die anderen Dickenverhältnisse und stimmte mit ziemlicher Genauigkeit mit dem berechneten Werte überein, wenn die aus der ersten Anordnung Glas-Messing gefundene Leitfähigkeit gleich 0,378 in die Gleichung für das Achsenverhältnis eingesetzt und das Dickenverhältnis gleich 1 gesetzt war. Auch der Fall, daß man unter Beibehaltung desselben Dickenverhältnisses aber unter Vertauschung der Dicken von Glas und Metall dasselbe Achsenverhältnis erhalten muß, wurde ausgeführt. Glasplättchen von der Dicke 0,165 mm und der Größe 25×50 mm wurden abwechselnd mit Messingplättchen von derselben Größe wie Glas und der Dicke 0,63 mm zusammen geschichtet. Da die verhältnismäßig großen Metallmassen, die sich nur schwer und durch verhältnismäßig großen Druck eben aneinander legen lassen, die dazwischen liegenden Glasplättchen leicht zerdrücken, so ließen sich die Isothermen nicht in derselben Feinheit erzeugen wie in den anderen Anordnungen. Die aufgetragene Hauchschrift verdunstete wegen der schnellen Wegführung der Wärme schlecht. Ein dünner Überzug von Alkohol, der mit einem Wattebausch aufgetragen wurde, lieferte eine bessere Begrenzung der Kurven.

Die Ergebnisse der Achsenverhältnisse aus je zehn Versuchen sind folgende:

Glas-Messing.

Dicke des Glases gleich der des Messings: 0,15 mm,
Achsenverhältnis gefunden: 6,91, berechnet: 6,82;

Dicke des Glases: 0,165 mm, Dicke des Messings: 0,63 mm,
Achsenverhältnis gefunden: 5,84 statt: 5,56.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Bei Glas und Schiefer konnte innerhalb der Genauigkeitsgrenzen (ca. 1 Proz.) bei einseitigem Druck ein Unterschied der Wärmeleitung parallel und senkrecht zur Druckrichtung nicht konstatiert werden. Die gegenteiligen Versuchsergebnisse von Sénarmont, wonach die Wärmeleitung senkrecht zur Druckrichtung besser ist als parallel dazu, sind auf den die Wärmeausbreitung und Form der Isothermen störenden Einfluß der Klemmbacken zurückzuführen.

2. Bei gedehntem Gummi ist ein Unterschied der Wärmeleitfähigkeit parallel und senkrecht zur Zugrichtung nicht zu konstatieren.

3. In einem Schichtkörper, der aus abwechselnd gleich dicken Schichten von verschiedenem Wärmeleitvermögen besteht, pflanzt sich die Wärme parallel den einzelnen Schichten besser fort als senkrecht dazu. Die Isothermen auf einer Ebene senkrecht zu den einzelnen Schichten sind Ellipsen mit großen Achse parallel den einzelnen Schichten. Das Achsenverhältnis bleibt dasselbe, wenn man die Dicken der einzelnen vertauscht, und ist ein Maximum, wenn die Schichten gleich dick sind. Aus den Achsenverhältnissen kann das Verhältnis der beiden Wärmeleitfähigkeiten bestimmt werden.

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. F. Richarz, für die Förderung und das stete Interesse bei der Anfertigung dieser Arbeit meinen verbindlichsten Dank auszusprechen. Ebenso möchte ich Hrn. Prof. F. A. Schulze für dauernden Rat und liebenswürdige Unterstützung herzlichst danken.

(Eingegangen 10. Januar 1910.)

5. *Zur Theorie der Wärmestrahlung; von Max Planck.*

Seitdem die von mir entwickelte Theorie der Wärmestrahlung vor einigen Jahren zu einem gewissen Abschluß gekommen ist, sind über diesen Gegenstand verschiedene neue Untersuchungen erschienen, und es liegt mir daran, zu einigen derselben auch meinerseits einmal kurz das Wort zu nehmen. Im großen und ganzen muß man freilich sagen, daß ein wesentlicher Fortschritt für die Theorie in der Zwischenzeit nicht zu erzielen war und daß auch meine folgenden Ausführungen einen solchen nicht zu bringen vermögen. Indes halte ich es doch für nützlich, wie es von anderer Seite geschehen ist, so auch meinerseits wenigstens die Richtung des Weges anzudeuten, der nach meiner gegenwärtigen Anschauung die meiste Aussicht auf eine fruchtbare Weiterentwicklung der Theorie bietet, und die Resultate meiner Überlegungen am Schluß in einigen vorläufigen Thesen zusammenzufassen.

Den extremsten Standpunkt, nämlich einen absolut konservativen, nimmt in der Theorie der Wärmestrahlung J. H. Jeans¹⁾ ein. Er steht ganz auf dem Boden der aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung fließenden Hamiltonschen Differentialgleichungen für alle mechanischen und elektrodynamischen Vorgänge, und folgert aus ihnen und aus den anerkannten Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung, daß die Formel für die spektrale Intensität der Strahlung eines schwarzen Körpers lautet:

$$(1) \quad E_{\lambda} d\lambda = \frac{C T}{\lambda^4} d\lambda$$

(C konstant, T Temperatur, λ Wellenlänge), woraus sich ergibt, daß ein wirklich stabiler Strahlungszustand in einem absolut abgeschlossenen Raum überhaupt nicht möglich ist, da dieser Ausdruck, über λ von 0 bis ∞ integriert, gar keinen be-

1) J. H. Jeans, Phil. Mag. 18. p. 209. 1909.

stimmten Wert besitzt. Gibt man den Ausgangspunkt als gesichert zu, dann ist die Jeanssche Theorie wohl vollkommen einwandfrei. Sie ist daher auch unter allen bisher aufgestellten Strahlungstheorien als die einheitlichste und insofern befriedigendste zu bezeichnen.

Aber die Jeanssche Strahlungsformel widerspricht der Erfahrung. Dies scheint mir trotz aller Versuche von Jeans, den Widerspruch als nur scheinbar zu erklären und auf die mangelnde Realisierbarkeit undurchlässiger Wände zurückzuführen, so unzweifelhaft, daß es sich nicht lohnt, hier auf diesen Punkt noch näher einzugehen. Ich brauche nur auf die bezüglichen Ausführungen von O. Lummer und E. Pringsheim¹⁾, sowie von H. A. Lorentz²⁾ zu verweisen, denen ich nichts Wesentliches hinzuzufügen wüßte.

Es ist also für mich und wohl für die meisten Physiker keine Frage, daß an den Voraussetzungen der Jeansschen Theorie und damit auch der gegenwärtigen auf die Elektronentheorie aufgebauten Elektrodynamik etwas geändert werden muß, und es besteht wohl ebenfalls unter allen Physikern Einstimmigkeit darüber, daß eine solche Änderung möglichst vorsichtig zu erfolgen hat, damit mit den verbesserungsfähigen Teilen der Theorie nicht zugleich unnötigerweise auch wertvolle, für die Zukunft unentbehrliche Stücke fortgeworfen werden, die dann später jedenfalls mit verdoppelter Mühe wieder herbeigeschafft werden müßten. In welcher Richtung diese Reform der Theorie sich zu bewegen hat, dafür enthält die durch die Erfahrung gelieferte Strahlungsformel schon einen deutlichen Fingerzeig; denn dieselbe hängt, wie sie auch lauten möge, sicherlich mindestens von *zwei* universellen Konstanten ab, während die Jeanssche Formel nur *eine* solche Konstante enthält. In der von mir entwickelten, bisher gut bestätigten Formel kommen zwei Konstanten vor, die ich mit k und h bezeichnet habe. Die erste: k findet sich auch in der Jeansschen Formel, sie ist identisch mit der sogenannten absoluten Gaskonstanten R , wenn dieselbe nicht auf Grammoleküle, sondern auf wirkliche Moleküle bezogen wird. Aber

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, *Physik. Zeitschr.* 9. p. 449. 1908.

2) H. A. Lorentz, *Physik. Zeitschr.* 9. p. 562. 1908; *Nuovo Cimento* XVI. Juli-August 1908.

die Konstante h , die ich als elementares Wirkungsquantum bezeichnet habe, ist der Jeansschen Theorie vollkommen fremd. Vielmehr geht die Jeanssche Formel aus der meinigen hervor, wenn man darin h unendlich klein setzt. Dieser Umstand scheint mir entschieden darauf hinzuweisen, daß gewisse elementare Strahlungsvorgänge, die in der Jeansschen Theorie als stetig vorausgesetzt werden, in Wirklichkeit unstetig verlaufen und daß daher nach dieser Seite hin die Verbesserung der Theorie einsetzen muß.¹⁾ Man braucht deshalb nach meiner Meinung das Prinzip der kleinsten Wirkung, das seine universelle Bedeutung so häufig bewährt hat, noch nicht aufzugeben, wohl aber die Allgemeingültigkeit der Hamiltonschen Differentialgleichungen; denn diese sind aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung abgeleitet unter der Voraussetzung, daß alle physikalischen Vorgänge auf solche Veränderungen zurückgeführt werden können, welche in der Zeit stetig verlaufen. Sobald nun die Strahlungsvorgänge den Hamiltonschen Differentialgleichungen nicht mehr gehorchen, ist der Jeansschen Theorie, welche mit jenen Differentialgleichungen steht und fällt, der Boden entzogen, seine Strahlungsformel ihrer allgemeinen Bedeutung entkleidet und damit der Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung beseitigt. Gegen die Allgemeingültigkeit der Hamiltonschen Differentialgleichungen und das mit ihnen eng verbundene Gesetz der „gleichmäßigen Energieverteilung“ sprechen übrigens auch Tatsachen aus der Gastheorie, z. B. die, daß für Quecksilberdampf das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen $c_p/c_v = \frac{5}{3}$ ist. Denn würde jedes in dem Quecksilberatom schwingende Elektron den nämlichen Energiebetrag für sich beanspruchen, wie das ganze Atom für seine fortschreitende Bewegung, so könnte unmöglich die dem Dampf von außen zugeführte Wärme allein der fortschreitenden Bewegung der Atome zugute kommen.

Nun fragt sich weiter, was man an die Stelle der Hamiltonschen Differentialgleichungen zu setzen hat. Da die Existenz der Konstante h zu der Erkenntnis einer Un-

1) Aus diesem Grunde kann auch die von W. Ritz, *Physik. Zeitschr.* 9. p. 903. 1908, vorgeschlagene Modifikation der Strahlungstheorie: die Einführung der retardierten Potentiale, nicht weiter führen; denn sie liefert keine neue universelle Konstante.

stetigkeit in den elementaren Strahlungsvorgängen führt, so ist einleuchtend, daß gerade diese Konstante eine wesentliche Rolle bei jenen Vorgängen spielen wird; aber das Wesen dieser Rolle kann noch sehr verschieden aufgefaßt werden.

Am radikalsten verfährt hier von den englischen Physikern J. J. Thomson, auch J. Larmor, von den deutschen Physikern A. Einstein und mit ihm J. Stark. Dieselben neigen zu der Ansicht, daß sogar die elektrodynamischen Vorgänge im reinen Vakuum, also auch die Lichtwellen, nicht stetig verlaufen, sondern nach diskreten Quanten von der Größe $h\nu$, den „Lichtquanten“, wobei ν die Schwingungszahl bedeutet. A. Einstein¹⁾ hat seinen Standpunkt in einer ausführlichen Untersuchung begründet, in welcher er namentlich den Nachweis zu erbringen sucht, daß die aus der statistischen Mechanik bekannten Gesetze der sogenannten Brownschen Molekularbewegungen, kombiniert mit der empirisch bestätigten zweikonstantigen Strahlungsformel, mit Notwendigkeit zur Verwerfung der Undulationstheorie des Lichtes und zur Annahme einer Korpuskulartheorie führen, in der die Lichtquanten $h\nu$ die unteilbaren Elemente vorstellen. Sein Gedankengang ist etwa der folgende: In einem auf konstanter gleichmäßiger Temperatur erhaltenen Hohlraum, in dem sich ein ideales Gas und die der Temperatur entsprechende stationäre schwarze Strahlung befindet, sei eine freibewegliche spiegelnde Platte vorhanden. Dieselbe führt, als Resultat der unregelmäßigen Anstöße der Gasmoleküle, dauernd die bekannte Brownsche Molekularbewegung aus. Würde nun die Wärmestrahlung den ganzen Raum mit vollkommen gleichmäßiger Intensität erfüllen, so würde diese Strahlung vermöge ihres Druckes auf die Platte fortwährend eine dämpfende Wirkung auf ihre Bewegungen ausüben, und es müßte, da die Bewegung eine dauernde ist, fortwährend mechanische Energie der Plattenbewegung bzw. der Molekularbewegungen in Energie der Wärmestrahlung umgewandelt werden, was den Bedingungen des stationären Zustandes widerspricht. Daraus folgt, daß der Strahlungsdruck auf den Spiegel nicht gleichmäßig ist, sondern gewissen Schwankungen unterliegt, welche der Platte eine Be-

1) A. Einstein, Physik. Zeitschr. 10. p. 185, 817. 1909.

wegung von derselben Art erteilen, wie die Stöße der Gas-moleküle. Einstein berechnet den Ausdruck für das mittlere Quadrat $\overline{A^2}$ der Bewegungsgröße, welche infolge der unregelmäßigen Schwankungen des Strahlungsdruckes auf die Platte übertragen wird, und findet ihn additiv zusammengesetzt aus zwei Gliedern, von denen das zweite durch die räumliche Strahlungsdichte ρ bestimmt ist, während das erste außerdem die universelle Strahlungskonstante h enthält. Diese interessante Betrachtung halte auch ich für durchaus zutreffend. Nun schließt aber Einstein weiter, daß nur das zweite jener beiden Glieder durch die Undulationstheorie des Lichtes erklärt werden könne, während für das erste, mit h behaftete, notwendig eine Korpuskulartheorie des Lichtes herangezogen werden müsse, welche die Lichtquanten $h\nu$ als unteilbare Elemente enthält.

Diesem Schluß liegt offenbar die Voraussetzung zugrunde, daß nach der Undulationstheorie der für die Strahlungsschwankungen charakteristische Mittelwert $\overline{A^2}$ für eine bestimmte Wellenlänge durch die mittlere Strahlungsdichte ρ der betreffenden Wellenlänge vollständig bestimmt sein müsse; doch vermag ich meinerseits nicht einzusehen, weshalb nicht auch nach der Undulationstheorie die Konstante h bei den Strahlungsschwankungen eine besondere Rolle spielen könnte. Die Dimensionalbetrachtung, auf die Einstein sich beruft, kann doch nur dann zum Ziele führen, wenn von vornherein feststeht, daß die Konstante h in den zu berechnenden Ausdruck nicht explizite eingeht. Da nun aber die mittlere Strahlungsdichte ρ selber von h abhängt, so können doch ebensogut auch die einzelnen Schwankungen der Strahlung von h abhängen. Dies anzunehmen liegt sogar nahe; denn nach der Maxwellschen Wellentheorie des Lichtes sind die Eigenschaften der emittierten Strahlung direkt bedingt durch die Vorgänge in den Emissionszentren. Wenn daher die Schwingungen der emittierenden Teilchen bestimmten Schwankungen unterliegen, so werden diese Schwankungen sich auch in der Intensität des emittierten Lichtes äußern, und umgekehrt, wenn man in dieser Intensität Schwankungen feststellt, wird man auf entsprechende Schwankungen in den emittierenden Schwingungen schließen, gerade auf der Grund-

lage der Undulationstheorie. So gewiß bei der stationären schwarzen Strahlung der Mittelwert der Strahlungsdichte ρ für jede Schwingungszahl vollständig unabhängig ist von den speziellen Vorgängen in den Emissionszentren der Strahlung, ebenso sicher wird man annehmen müssen, daß für die Schwankungen um die stationären Werte jene Vorgänge von größtem Einfluß sind. Freilich muß man sich hüten, die Sätze der statistischen Mechanik ohne weiteres auf die hier betrachteten Vorgänge anzuwenden. Allein nachdem einmal die Unhaltbarkeit der Hamiltonschen Differentialgleichungen außer Zweifel gesetzt ist, versteht es sich von selbst, daß man die statistische Mechanik, welche doch auf den Hamiltonschen Gleichungen beruht, nicht zum Ausgangspunkt einer einwandfreien Strahlungstheorie machen darf.

Ebensowenig wie den Deduktionen von A. Einstein kann ich den Versuchen von J. Stark ¹⁾ an Röntgenstrahlen einstweilen zwingende Beweiskraft zugunsten einer Korpuskulartheorie des Lichtes zuerkennen. Dazu müßte doch vor allem sowohl bezüglich der Natur der Röntgenstrahlen als auch bezüglich der Einzelvorgänge bei ihrer Erzeugung viel mehr sichere Kenntnis herrschen als bis jetzt noch der Fall ist. Insbesondere ist hervorzuheben, daß auch nach der Wellentheorie der Röntgenstrahlen die Strahlung keineswegs, wie Stark angenommen hat, in allen Emissionsrichtungen von gleich großer Intensität und gleicher Frequenz ist; das hängt im einzelnen ganz von der Art der Bremsung der Elektronen ab. Denn die gesamte elektromagnetische Bewegungsgröße der Röntgenstrahlen ist nach der Wellentheorie durchaus nicht gleich Null, sondern gleich der Abnahme der gesamten Bewegungsgröße der die Röntgenstrahlen erzeugenden Elektronen.²⁾

Aber auch abgesehen von diesen Erwägungen scheint mir, daß gegenüber der Korpuskulartheorie des Lichtes die größte Vorsicht geboten ist. Denn wenn man an der elektromagnetischen Natur des Lichtes festhalten will, was die Vertreter der Korpuskulartheorie doch wohl tun, so zeigt diese Theorie, auch bei der wohlwollendsten Beurteilung, gleich von vorn-

1) J. Stark, *Physik. Zeitschr.* 10. p. 902. 1909; 11. p. 25. 1910.

2) Vgl. hierzu auch A. Sommerfeld, *Physik. Zeitschr.* 10. p. 969. 1909.

herein ganz bedenkliche Schwächen. Wie soll man sich z. B. ein elektrostatisches Feld denken? Für dieses ist die Schwingungszahl $\nu = 0$, also müßte die Energie des Feldes doch wohl bestehen aus unendlich vielen Energiequanten vom Betrage Null. Ist denn da überhaupt noch eine endliche, bestimmt gerichtete Feldstärke definierbar? Es bliebe wohl als einziger Ausweg nur übrig, zwischen statischen bzw. quasi-stationären und dynamischen Feldern prinzipiell zu unterscheiden, und so die durch die Maxwellsche Theorie so glücklich überwundene Schranke zwischen Elektrostatik und Elektrodynamik wieder von neuem aufzurichten, was einem Verzicht auf die wichtigsten Erfolge der großen Hertzschen Entdeckungen gleichkäme. Aber noch mehr: die Theorie des Lichtes würde nicht um Jahrzehnte, sondern um Jahrhunderte zurückgeworfen, bis in die Zeit, da Christian Huygens seinen Kampf gegen die übermächtige Newtonsche Emissionstheorie wagte. Wie hartnäckig derselbe geführt wurde, und wie später die endlich siegreiche Huygenssche Theorie mit der Maxwell-Hertzschen Elektrodynamik restlos verschmolzen wurde, ist bekannt. Und alle diese Errungenschaften, die zu den stolzesten Erfolgen der Physik, ja der Naturforschung überhaupt gehören, sollen preisgegeben werden um einiger noch recht anfechtbarer Betrachtungen willen? Da bedarf es denn doch noch schwereren Geschützes, um das nachgerade sehr stark fundierte Gebäude der elektromagnetischen Lichttheorie ins Wanken zu bringen.

Viel lohnender erscheint mir die Aufgabe, alles daran zu setzen, um eine Modifikation der Theorie ausfindig zu machen, welche den neuen Tatsachen gerecht wird, ohne ihre wertvollsten Bestandteile zu opfern, und da bietet die von mir entwickelte Strahlungstheorie nach meiner Meinung immer noch die günstigste Aussicht auf eine fruchtbare Weiterentwicklung. Sie zerfällt in zwei scharf getrennte Teile: die elektrodynamische Theorie der elementaren Oszillatoren, und die statistische Theorie dieser Oszillatoren. Die elektrodynamische Theorie behandelt die Wechselwirkung zwischen einem Oszillator mit einer bestimmten Eigenfrequenz und der Strahlung im umgebenden elektromagnetischen Felde, sie führt zu dem Resultat, daß im stationären Zustand die mittlere

Schwingungsenergie U des Oszillators mit der spezifischen Intensität \mathfrak{R}_ν eines geradlinig polarisierten Strahles von der entsprechenden Schwingungszahl ν zusammenhängt durch die Beziehung

$$(2) \quad \mathfrak{R}_\nu = \frac{\nu^2}{c^2} U.$$

Die statistische Theorie dagegen behandelt die Wechselwirkungen zwischen den Oszillatoren mit verschiedenen Eigenfrequenzen, sie gipfelt in der Schlußfolgerung, daß im statistischen Gleichgewicht die mittlere Energie eines Oszillators von der Schwingungszahl ν :

$$(3) \quad U = \frac{h \nu}{e^{\frac{h \nu}{k T}} - 1}.$$

Beide Gleichungen zusammengenommen ergeben durch Elimination von U die Energieverteilung im Normalspektrum der schwarzen Strahlung.

Soweit mir bekannt, ist weder gegen die elektrodynamische Theorie an sich, noch gegen die statistischen Betrachtungen an sich ein ernstlicher Einwand erhoben worden. Das ist auch ganz erklärlich; denn die elektrodynamische Theorie gründet sich nur auf die Maxwell-Hertz'sche Elektrodynamik, zusammen mit der Annahme, daß das Mitschwingen eines Oszillators durch eine einfache lineare Differentialgleichung geregelt wird; ich habe diese Gleichung sogar der Sicherheit halber seinerzeit ganz unabhängig von der Elektronentheorie entwickelt. Die statistische Theorie andererseits besteht in der Kombination der Boltzmann'schen Definition der Entropie mit einigen elementaren Sätzen der Wahrscheinlichkeitslehre.¹⁾ Dagegen bezieht sich ein Bedenken, und zwar ein prinzipielles, auf die Verträglichkeit der beiden Theorien miteinander, nämlich auf den Umstand, daß die Energie U eines Oszillators in der elektrodynamischen Theorie als eine stetig veränderliche

¹⁾ Vgl. hierzu die etwas verallgemeinerte Darstellung von J. Larmor (Proc. of Roy. Soc. A. 83. p. 82. 1909), der mit Recht betont, daß in der Strahlungstheorie nicht Energieelemente, sondern Wirkungselemente h (elements of disturbance) die Gebiete gleicher Wahrscheinlichkeit charakterisieren.

Größe, in der statistischen dagegen als ein ganzes Vielfaches von $h\nu$ behandelt wird.¹⁾ Dieser Punkt bildet die eigentliche Schwierigkeit meiner Theorie. Er allein bedarf im folgenden der Besprechung.

Zunächst scheint mir sicher zu sein, daß man mit der Annahme der allgemeinen Stetigkeit von U nicht durchkommt. Denn wollte man die Energie der Oszillatoren als durchaus stetig behandeln, d. h. h unendlich klein annehmen, so käme man unweigerlich zur Jeansschen Strahlungsformel. Davon war ich überzeugt, schon lange bevor Jeans den strengen Beweis dafür lieferte; ist doch schon vor zehn Jahren Lord Rayleigh auf die nämliche Formel (1) geführt worden.

Es wird nichts anderes übrig bleiben, als die elektrodynamische Theorie der Oszillatoren so zu modifizieren, daß sie der Unstetigkeit von U Rechnung trägt, was vielleicht darauf hinaus käme, die eine für das Mitschwingen eines Oszillators angenommene Differentialgleichung zu ersetzen durch eine endliche Anzahl von Gleichungen, gültig für eine diskrete Anzahl von Zeitpunkten, die sich etwa auf die (plötzlichen) Erregungen des Oszillators beziehen. Ich habe, gerade im Hinblick auf diese Schwierigkeit, die Möglichkeit einer solchen Modifikation schon in einer Fußnote meiner Vorlesungen über Wärmestrahlung angedeutet.²⁾ Ihre physikalische Bedeutung bestünde in der Einführung einer Art Reizschwelle für das Ansprechen eines Oszillators. Von vornherein steht jedenfalls nichts im Wege, dem elementaren Oszillator solche Eigenschaften beizulegen, die, ohne einen Widerspruch in sich zu enthalten, zu erfahrungsmäßig gut bestätigten Folgerungen führen.

Aber würde durch diese Modifikation nicht das Hauptresultat der bisherigen elektrodynamischen Theorie: die Gleichung (2) umgestoßen? Das braucht keineswegs der Fall zu sein. Denn die Größen \mathfrak{R} und U , welche diese Gleichung enthält, sind als zeitliche Mittelwerte definiert, erstreckt über eine ungeheuer große Anzahl von Schwingungsperioden des Oszillators, und es wäre in der theoretischen Physik nicht das

1) A. Einstein, l. c.; W. Wien, Encykl. d. math. Wiss. 5, 3. p. 282.

2) Leipzig, J. A. Barth, p. 108, § 109.

erstmal, daß für die Mittelwerte unstetiger Größen die richtigen Werte erhalten werden, wenn man statt ihrer wirklichen Werte gewisse angenäherte stetig veränderliche Werte in die Rechnung einsetzt.

Ohne mich allzusehr auf Einzelheiten festzulegen, möchte ich doch folgendes bemerken: in der Hydrodynamik und in der Elastizitätstheorie wird fast immer die Materie als kontinuierlich im Raume angeordnet vorausgesetzt, und niemand findet in den Betrachtungen, die sich auf die stetige Veränderlichkeit der Dichte, der Deformation und anderer Eigenschaften, im Raume beziehen, einen Widerspruch gegen die allgemein anerkannte atomistische Struktur der Körper. Wäre die Atomistik nicht schon durch die Chemie eingeführt worden, so würde der Versuch, allein auf Grund der irreversiblen Vorgänge der Reibung, der Wärmeleitung usw. auf die atomistische Struktur der Materie zu schließen, vielleicht ähnlichen Schwierigkeiten begegnen, wie jetzt der Versuch, auf Grund der irreversiblen Strahlungsvorgänge auf diskrete Energiequanten in den schwingenden Elementaroszillatoren zu schließen. Ich bin mir wohl bewußt, daß die herangezogene Analogie keineswegs eine vollständige ist, aber sie dürfte kaum ganz abzuweisen sein. Denn ebenso wie trotz der Durchführung der Atomistik in der Physik die Differentialgleichungen der Hydrodynamik bestehen bleiben können, sobald es sich um Vorgänge handelt, die sich in größeren Dimensionen abspielen, ebenso werden vielleicht auch die von mir aufgestellten Differentialgleichungen für die Oszillatorschwingungen aufrecht erhalten bleiben können, wenn nur die Mittelwerte der Energie U und der Intensität \mathfrak{R} für größere Zeiten zu berechnen sind. Daß der Zusammenhang von U und \mathfrak{R} in meiner Theorie ganz unabhängig gefunden wird von der Dämpfungskonstante σ eines Oszillators, spricht schon dafür, daß man es hier mit einer allgemeineren, vom näheren Detail der Schwingungsvorgänge unabhängigen Beziehung zu tun hat.

Mit der Einführung der zeitlichen Unstetigkeit nähere ich mich den Anschauungen von A. Einstein, J. Stark, J. J. Thomson, J. Larmor u. a.; doch bleibt der wesentliche Unterschied bestehen, daß ich bis auf weiteres an der strengen Gültigkeit der Maxwell-Hertzschen Differentialgleichungen

für den leeren Raum festhalte, welche die Existenz diskreter Energiequanta im Vakuum selbstverständlich ausschließen.

Zusammenfassung der entwickelten Thesen.

1. Die Strahlungstheorie von J. H. Jeans ist nach dem bisherigen Stande der physikalischen Theorien die befriedigendste; sie ist aber zu verwerfen, weil sie zu einem Widerspruch mit der Erfahrung führt.

2. Um Übereinstimmung mit der Erfahrung herzustellen, ist eine neue Hypothese notwendig, welche bei den elementaren Strahlungsvorgängen gewisse diskrete Quanten vom Betrage $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$ erg.sec in irgend einer Weise wirksam voraussetzt.

3. Bei der Einführung der Wirkungsquanten h in die Theorie ist so konservativ als möglich zu verfahren, d. h. es sind an der bisherigen Theorie nur solche Änderungen zu treffen, die sich als absolut notwendig herausgestellt haben.

4. Mit Rücksicht auf den vorhergehenden Satz erscheint es einstweilen nicht notwendig, für die elektrodynamischen Vorgänge im reinen Vakuum eine Änderung an den Maxwell-Hertz'schen Gleichungen vorzunehmen.

5. Dagegen erscheint es wohl notwendig, die Energie eines elementaren Oszillators von der Schwingungszahl ν nicht durchaus als stetig veränderlich, sondern, wenigstens im Augenblick seiner Erregung, als ganzes Vielfaches von $h\nu$ anzunehmen. Damit ist die Gültigkeit der Hamilton'schen Differentialgleichungen für die Schwingungen eines Oszillators aufgehoben, und die aus ihnen entspringenden Sätze der statistischen Mechanik, insbesondere auch der Satz der gleichmäßigen Energieverteilung, verlieren ihre Anwendbarkeit.

6. Für den Zusammenhang der mittleren Energie eines Oszillators mit der mittleren Strahlungsintensität der entsprechenden Periode ergibt sich der richtige Ausdruck, wenn man so rechnet, als ob die Energie des Oszillators stetig veränderlich wäre.

(Eingegangen 18. Januar 1910.)

**6. Untersuchungen über die Ausbreitung von
lichtelektrischen Kathodenstrahlen im Vakuum
und in verschiedenen Gasen;
von James Robinson.**

(Auszug aus der Göttinger Dissertation 1909.)

Einleitung.

In der letzten Zeit ist viel über die lichtelektrische Wirkung gearbeitet worden; trotzdem ist man noch nicht imstande, eine befriedigende Theorie für den Mechanismus dieser Wirkung aufzubauen. Die lichtelektrische Wirkung besteht in der Auslösung von Elektronen aus einem Metall, auf welches ultraviolette Licht fällt. Aber ob diese Elektronen aus den Atomen selbst, oder aus dem Raum zwischen den Atomen kommen, weiß man noch nicht.

Die folgenden Untersuchungen behandeln zunächst die Frage, wie die Elektronen eine ebene Elektrode verlassen. Vielleicht kann man daraus auch gewisse Rückschlüsse auf die Vorgänge machen, die sich im Innern des Metalles abspielen, wenn Licht darauf fällt. Übrigens sind nur die beiden ersten Teile dieser Arbeit der Untersuchung jener Frage gewidmet. Der dritte Teil beschäftigt sich mit der Absorption der Kathodenstrahlen von verschiedener Geschwindigkeit durch verschiedene Gase.

I. Teil.

Ausbreitung der Kathodenstrahlen im Vakuum.

§ 1. Theorie der ungestörten Ausbreitung.

Wenn ultraviolette Licht auf eine ebene Elektrode fällt, werden Elektronen von derselben ausgeschickt, und man kann nicht erwarten, daß alle diese Elektronen parallel zur Normalen der Metallscheibe ausgehen. In der Tat beobachtete Lenard¹⁾,

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 2. p. 359. 1900; 8. p. 159. 1902; 12. p. 453, 777. 1903.

daß die Elektronen die Elektrode in verschiedenen Richtungen verlassen. Betrachten wir ein Element der Elektrode (in der Zeichnung Fig. 1 als Linie ds gedacht)

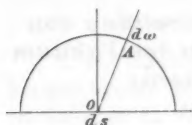


Fig. 1.

als Mittelpunkt eines Halbkreises mit dem Radius 1, dann kann man annehmen, daß die Zahl der Elektronen, welche durch ein Element $d\omega$ dieser Oberfläche gehen, eine Funktion des Winkels ist, welchen der Radius nach $d\omega$ hin mit der Normalen der Elek-

trode bildet. Wir können verschiedene Voraussetzungen über diese Funktion machen, und dann daraus schließen, was für die ganze Elektrode zu erwarten ist. Das hat Prof. Riecke¹⁾ ausgeführt, und die experimentellen Untersuchungen dieses Teiles der Arbeit sollen dazu dienen, die erwähnte Theorie zu prüfen.

Prof. Riecke nimmt an, daß die Elektronen jedes Element der Elektrode innerhalb eines gewissen Kegels verlassen, derart, daß in jeder Richtung dieses Strahlenbündels die Intensität dieselbe ist. Unter dieser Voraussetzung ermittelt er, wie die Strahlen von einer kreisförmigen Elektrode ausgehen und berechnet die Zahl der von einem Faradaykäfig aufgefangenen Elektronen, der in einer Entfernung D von der bestrahlten Elektrode aufgestellt ist. Diese Rechnung wird durchgeführt für die beiden Fälle:

1. Wenn kein elektrostatisches Feld zwischen der strahlenden und auffangenden Elektrode (Käfigöffnung) existiert. Ist der Radius der ersteren a , der der letzteren b und N_0 die Zahl der Elektronen, welche die Flächeneinheit verlassen, so wird die in der Entfernung D aufgefangene Ladung

$$\pi N_0 \frac{a^2 b^2}{D^2} \left\{ 1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D^2} + \frac{5}{8} \cdot \frac{a^4 + 3a^2 b^2 + b^4}{D^4} \right\},$$

bei Vernachlässigung höherer Potenzen.

2. Wenn ein elektrisches Feld für den ersten Teil der Bahn des Elektrons vorhanden ist. Dieses beschleunigende Feld wird hervorgebracht durch negative Ladung der Elektrode

1) E. Riecke, Seminar Göttingen, Wintersemester 1908/1909.

und ein in geringer Entfernung davon aufgestelltes geerdetes Drahtnetz K (Fig. 2). In diesem Fall beschreiben die Elektronen Parabeln bis zum Drahtnetz; weiterhin werden dann die Bahnen gerade Linien. Man sieht, daß durch diese Anordnung das Bündel der Kathodenstrahlen zusammengezogen wird, und unter den obigen Annahmen ergibt sich für den Konzentrationsfaktor:

$$\left(\frac{D \operatorname{tg} \alpha - a}{y_B - a} \right)^2.$$

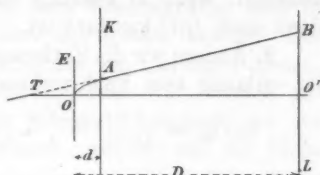


Fig. 2.

wo α der maximale Winkel der Emission ist und y_B den folgenden Wert hat:

$$y_B = y_A + (D - d) \operatorname{tg} \theta_0 \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{g_A^2 - g_0^2}{g_0^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0} \frac{y_A}{d}},$$

$$y_A = \frac{2 d \sin \theta_0}{g_A^2 - g_0^2} \left\{ g_0 \sqrt{g_A^2 - g_0^2 \sin^2 \theta_0} - g_0^2 \cos \theta_0 \right\}.$$

Hierbei ist

- g_0 die anfängliche Geschwindigkeit,
- g_A die Geschwindigkeit am Drahtnetz,
- y_A die von dem Elektron am Drahtnetz und
- y_B die am Faradaykäfig erreichte Entfernung von der Achse.

§ 2. Die Ausbreitung im elektrostatischen Felde.

Die Theorie können wir in zweierlei Weise prüfen:

1. Halten wir die Entfernung zwischen den Elektroden konstant, dann hängt die elektrische Ladung der auffangenden Elektrode von dem Produkt

$$\frac{1}{D^2} \left\{ 1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D^2} \right\} \times \text{Konzentrationsfaktor}$$

ab. Bezeichnen wir die Ladung der auffangenden Elektrode mit Q , so wird

$$Q = k \times \frac{1}{D^2} \left\{ 1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D^2} \right\} \times C,$$

wo k = konstant, C = Konzentrationsfaktor.

Nun ist

$$\frac{1}{D^2} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D^2} \right)$$

konstant, wenn D konstant ist, und es ist zu erwarten, daß dann auch Q/C konstant ist.

2. Ändern wir die Entfernung zwischen den Elektroden, und ist vorläufig kein Feld vorhanden, so haben wir:

$$Q_1 : Q_2 = \frac{1}{D_1^2} \left\{ 1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D_1^2} \right\} : \frac{1}{D_2^2} \left\{ 1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D_2^2} \right\}.$$

wo D_1 und D_2 zwei verschiedene Entfernungen sind. Ist ein elektrisches Feld vorhanden, so findet man

$$\frac{\left(\frac{Q_1}{C_1} \right)}{\left(\frac{Q_2}{C_2} \right)} = \frac{\frac{1}{D_1^2} \left\{ 1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D_1^2} \right\}}{\frac{1}{D_2^2} \left\{ 1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D_2^2} \right\}}.$$

§ 3. Beschreibung des benutzten Apparates.

Zur Prüfung der Richtigkeit dieser beiden Folgerungen diente ein Apparat ähnlich dem von Lenard benutzten.

Der wichtigste Teil des ganzen Apparates ist natürlich derjenige, welcher die beiden Elektroden enthält. Die Einrichtung war so getroffen, daß der Abstand zwischen beiden veränderlich war. Die Anordnung des Rohres, welches die Elektroden enthält, ist in Fig. 3 angegeben.

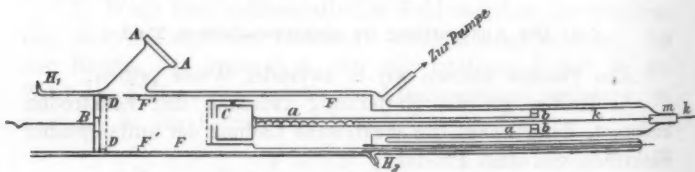


Fig. 3. $\frac{1}{4}$ natürlicher Größe.

Da es notwendig ist, unter Vakuum zu arbeiten, mußte ein Glasrohr benutzt werden, welches mit einer Toeppler-Hagen-Pumpe in Verbindung gebracht werden konnte. Das Licht fiel durch ein Quarzfenster A auf die Elektrode B , welche senkrecht zur Achse der Röhre steht. Parallel zu dieser Elektrode befindet sich ein Faradaykäfig C , welcher die

von *B* kommenden Elektronen fängt. Diese Elektrode *C* ist längs der Achse der Röhre beweglich. Vor der Elektrode *B* und parallel zu derselben befindet sich ein Drahtnetz *D*. Ein ähnliches Netz befindet sich vor dem Faradaykäfig, aber in der Weise angebracht, daß es sich mit diesem bewegt. Die sämtlichen Teile, welche zur Aufnahme von Ladungen dienen, befinden sich innerhalb eines Messingrohres *FF*, welches gerade in das Glasrohr paßt. In diesem Messingrohr ist ein Loch, um das Licht hindurchzulassen, welches auf die Elektrode fällt.

Eine Toepler-Hagen-Pumpe und ein McLeod-Manometer wurden gebraucht. Die gewöhnlichen Vorsichtsmaßregeln (Röhre mit Phosphorpentoxyd) waren getroffen, damit während der Experimente kein Wasserdampf zugegen war. Um Quecksilber- und Fettdämpfe zu entfernen, war ein durch flüssige Luft gekühltes U-Rohr so angebracht, daß zwischen diesem und dem Apparat sich kein Hahn mehr befand. Um, wenn nötig, sehr hohes Vakuum zu erhalten, war ein Rohr mit Nußkohle mittels Hahn an den Apparat angeschlossen, welches ebenfalls durch flüssige Luft gekühlt werden konnte.

§ 4. Die Lichtquelle und das Elektrometer.

Als Lichtquelle diente eine automatische Quarz-Quecksilberlampe. Als Stromquelle dafür diente die städtische Leitung von 220 Volt und 2 Amp. Die Lampe befand sich in einer geerdeten Kupferbüchse, welche mit einem Loch versehen war, um die Strahlen hindurchzulassen. Die negative Ladung des Faradaykäfigs wurde mit einem Dolezalelektrometer gemessen. Die Nadel desselben war an einem Quarzfaden aufgehängt, der nach einem von Bestelmeyer¹⁾ angegebenen Verfahren leitend gemacht war (durch Zerstäubung einer Platinelektrode). Die Empfindlichkeit des Elektrometers betrug $\frac{1}{1440}$ Volt pro Millimeter der Skala, wobei die Nadel auf 100 Volt geladen war und die Entfernung der Skala von der Nadel 170 cm betrug. Die Drähte, welche nach dem Elektrometer hinführten, gingen durch geerdete Metallröhren, von denen sie natürlich isoliert waren.

1) A. Bestelmeyer, Zeitschr. f. Instrumentenk. p. 339. 1905.

§ 5. Berücksichtigung von Schwankungen der Lichtintensität.

In den folgenden Experimenten ist es außerordentlich wichtig, genau zu wissen, wie die Lichtintensität sich ändert, da vergleichende Messungen unter verschiedenen Bedingungen auszuführen sind.

Es muß jede Messung reduziert werden auf eine Einheitsmenge von Kathodenstrahlen, welche die bestrahlte Elektrode verlassen. Lenard¹⁾ führt dies aus durch eine Messung der positiven Ladung der Elektrode. Die Methode, welche ich benutzte, ist eine andere. Das Licht fiel gleichzeitig auf die erwähnte Elektrode und auf eine Elektrode in einem Kontrollrohr, welches beständig unter höchstem Vakuum gehalten war. Dieses wurde erreicht durch ein Seitenrohr mit Nußkohle, welches sich in flüssiger Luft befand. Die Anordnung dieses Kontrollrohres war folgende:

Zwei ebene Elektroden *A* und *B* waren in einem Glasrohr befestigt. *A* war von Zink hergestellt und wurde amalgamiert unmittelbar vor der Evakuierung des Rohres. Das

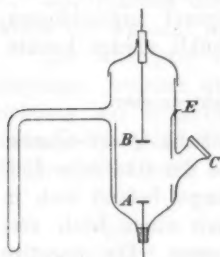


Fig. 4.

Licht konnte durch die Quarzplatte *C* in ein Seitenrohr fallen, und gelangte von da auf die Elektrode *A*, welche auf einem bestimmten negativen Potential gehalten wurde. Einige der von dieser Elektrode ausgehenden Kathodenstrahlen wurden von der Elektrode *B* aufgefangen. Die negative Ladung, welche diese dadurch erhielt, konnte mit einem Dolezalelektrometer gemessen werden. *B* war natürlich isoliert, und die Verbindung mit

dem Elektrometer ging durch ein Bernsteinstück, welches mit Siegelack in der Röhre befestigt war. Innerhalb des Glasrohres befand sich ein geerdeter Messingzylinder mit einem Loch für das nach *A* gehende Licht. Wenn nun das Potential von *B* sich nicht viel ändert und *A* dasselbe Potential behält, dann bleibt die Zunahme der Ladung des Elektrometers pro Zeiteinheit konstant, vorausgesetzt, daß die Lichtintensität sich nicht ändert. Das Potential von *A* war

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12. p. 714. 1903.

nie kleiner als 20 Volt, und betrug oft bis 80 Volt, während das von B erlangte Potential immer unter $\frac{1}{2}$ Volt lag, so daß wir annehmen können, daß das angeschlossene Kontrollrohr allen Bedingungen genüge. Irgendwelche Abweichungen von der konstanten Zunahme der Ladung konnten immerhin nach der folgenden Methode korrigiert werden.

Diese Abweichungen können nur herrühren von einer Änderung der Potentialdifferenz zwischen A und B , welche in geringem Maße auftritt, da B sich selbst negativ auflädt. Es kommt also darauf an, die von B in einer gewissen kleinen Zeit aufgenommene Ladung zu bestimmen, und zwar jedesmal für die verschiedenen Potentiale der Elektrode A . Trägt man die Potentiale von A als Abszissen, die entsprechenden Ladungen von B als Ordinaten auf, so ergibt sich eine Kurve, wie sie Fig. 5 zeigt. Die Korrektur wird notwendig, wenn die Potentialdifferenz kleiner ist

als diejenige, welche den maximalen Wert ergeben würde. Sei q der Ausschlag, welcher dem absoluten Potential v des Elektrometers entspricht, V das Potential der Elektrode A , dann ist q

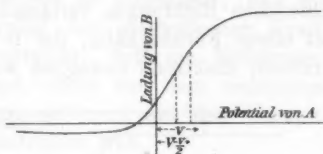


Fig. 5.

nicht der Ausschlag, welcher zu dem Potential V gehört, sondern zu einem anderen Potential zwischen V und $V - v$. Mit Hilfe der Kurve kann man durch Mittelwertbildung den wirklichen Ausschlag ermitteln, und die hierbei zu erlangende Genauigkeit ist jedenfalls hinreichend.

Man verfährt dabei folgendermaßen: Es sei q der beobachtete Ausschlag des Elektrometers, welcher einer Potentialdifferenz $V - v/2$ der Elektroden entspricht, q' der Ausschlag für eine Potentialdifferenz von V Volt, y und y' die Ordinaten der Lenardschen Kurve für die Abszissen $V - v/2$ und V , dann wird der korrigierte Wert des Ausschlages $q' = q(y'/y)$.

Jedesmal, wenn ein Experiment ausgeführt war, wurde die Ladung beider Elektrometer gemessen, wobei die Elektroden während derselben Zeit der Einwirkung des Lichtes ausgesetzt waren. Das war dadurch möglich, daß die Öffnungen in der Kupferbüchse abgeschirmt werden konnten.

Ist sonach Q_1 die Ladung des Faradaykäfigs während einer gewissen Zeit, Q_2 die der Kontrollelektrode während derselben Zeit, so ist der Quotient Q_1/Q_2 (oder $100(Q_1/Q_2)$) der gesuchte Wert, welcher zufolge unserer Anordnung die Ladung des Käfigs pro Lichteinheit gibt.

§ 6. Abhängigkeit der Emission von dem Emissionswinkel.

Bevor wir zu den wirklichen Messungen und deren Beziehung zu der oben entwickelten Theorie übergehen, müssen wir ermitteln, unter welchem Winkel die Elektronen die Elektrode verlassen. Lenard¹⁾ führte diese Bestimmung in einem Falle aus, doch ist seine Methode verschieden von der, welche hier gebraucht wurde.

Ein besonders konstruiertes Rohr diente dazu, die relative Zahl der Elektronen, welche die Elektrode in verschiedenen Richtungen verlassen, zu messen. Dieses geschah mit einem Faradaykäfig, der in einer Ebene parallel zur bestrahlten Elektrode beweglich war.

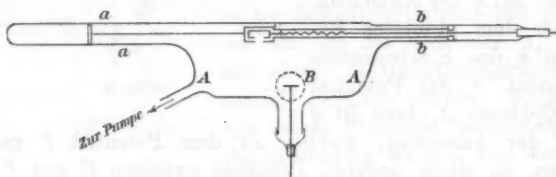


Fig. 6.

Das Rohr bestand aus einem weiteren Teile, an welchem zwei engere angeschmolzen waren, und zwar unsymmetrisch, wie aus Fig. 6 zu ersehen. Diese engeren Rohre dienten als Führung für den Faradaykäfig. Die bestrahlte Elektrode war in einem Seitenrohr *C* befestigt, und das Licht fiel durch ein Quarzfenster eines seitlichen Rohres. Der Käfig war mit einem Eisenring versehen und konnte so mit Hilfe eines Elektromagneten bewegt werden.

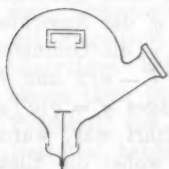


Fig. 7.

1) P. Lenard, l. c.

Der äußere Zylinder war geerdet, und ebenso die Elektrode *B*. Die Elektronen sollten sich in einem von elektrostatischer Wirkung freien Raume verbreiten. Das war natürlich nur möglich, wenn die Ausbreitung innerhalb eines Metallgefäßes mit bestimmtem Potential stattfand. Deshalb war die Innenseite des Rohres mit einer Metallbekleidung versehen, welche durch Zerstäubung einer Kupfer- und einer Platinelektrode hergestellt wurde (bei einem Druck von 5 mm Hg und einer Zeitdauer von 3—4 Stunden). Daß auf diese Weise eine kontinuierliche Metallschicht abgelagert war, wurde mit Hilfe eines Elektroskops geprüft. Die Metallschicht wurde mit der Elektrode *B* auf dasselbe Potential gebracht. Wegen der geringen Geschwindigkeit der Strahlen waren Fehler infolge des erdmagnetischen Feldes nicht ausgeschlossen. Immerhin konnte dieser Einfluß durch geeignete Lage der Röhre leicht korrigiert werden. Dieselbe wurde so aufgestellt, daß die Normale der Elektrode *E* parallel den magnetischen Kraftlinien lief. Dadurch wurde erreicht, daß die Elektronen, normal zur Elektrode ausgehend, nicht von dem erdmagnetischen Feld beeinflußt wurden, während auf das Gesamtbündel die Wirkung eine symmetrische war.

Setzen wir nun voraus, daß die Öffnung des Faradayaufsatzes unendlich klein ist, und bewegen wir denselben (parallel zur bestrahlten Elektrode) von einer Stelle zur anderen, indem wir jedesmal die erhaltene Ladung pro Lichteinheit messen, so können wir zufolge der obigen Auseinandersetzung ermitteln, wie die Zahl der unter einem gewissen Winkel (mit der Normalen der Elektrode) ausgesandten Elektronen mit diesem Winkel variiert. Ist die von Riecke gemachte Annahme richtig, so muß sich offenbar auf diese Weise auch der Winkel bestimmen lassen, innerhalb dessen die Strahlen die Elektrode verlassen. Nun hat natürlich die Öffnung des Faradayaufsatzes eine endliche Größe und der Durchmesser beträgt tatsächlich 8 mm. Nehmen wir aber an, daß in irgend einer Lage des Aufsatzes die Verteilung der Elektronen im Querschnitt dieser Öffnung konstant ist, so können wir durch Division der Gesamtladung durch die Fläche der Öffnung die Zahl der Elektronen (bezogen auf die Flächeneinheit) finden, welche durch ein zentrales Element der Öffnung gehen. Dies wurde

ausgeführt mit Elektroden von Zink und Silber, alle von 26 mm Durchmesser. Natürlich wurde dabei die Änderung der Lichtintensität in der früher angegebenen Weise berücksichtigt. Die Lage des Käfigs wurde mit Hilfe einer Skala bestimmt, welche an dem Rohre *b* befestigt war. Die Resultate sind in den folgenden zwei Tabellen gegeben. Die entsprechenden Kurven sind in Figg. 8 und 9 gegeben.

Tabelle I.

Zinkelektrode.

Lage der Elektrode	Ladung des Elektrometers	Bemerkungen
4,2 cm	7,3	Zentrum des Systems bei 9,7 cm
5 "	9,2	
6 "	10	Expositionsdauer = 60 sec
7 "	19,8	
8 "	41,7	Kürzeste Entfernung der Elektroden = 20 mm
9 "	96,0	
10 "	111,1	
11 "	57,9	
12 "	32,4	
13 "	21,6	
14 "	5,8	
15 "	0	

Tabelle II.

Silberelektrode.

Lage der Elektrode	Ladung des Elektrometers	Bemerkungen
5 cm	8,9	Zentrum des Systems bei 9,5 cm
6 "	13,0	
7 "	26,1	Expositionsdauer = 60 sec
8 "	61,0	
9 "	137,7	Kürzeste Entfernung der Elektroden = 16 mm
10 "	138,7	
11 "	48,0	
12 "	22,0	
13 "	14,0	
14 "	6,3	

Nun ist es möglich, daß diese Werte abhängen von der chemischen Beschaffenheit der Elektrodenoberfläche, und des-

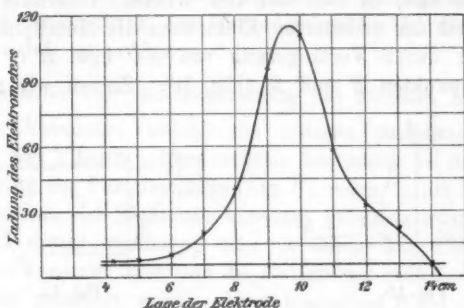


Fig. 8. Zinkelektrode.

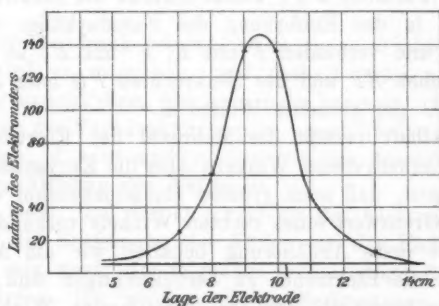


Fig. 9. Silberelektrode.

halb wurde in jedem Falle die Oberfläche mit einem Schaber poliert, unmittelbar vor der Evakuierung des Rohres.¹⁾

Die zwei Kurven haben denselben allgemeinen Charakter und sind ziemlich symmetrisch zu der Linie, in welcher der Faradaykäfig der Elektrode gegenübersteht, und welche der Normalen der Elektrode entspricht. Wir können annehmen, daß der allgemeine Charakter der zwei Kurven durch Fig. 10 gegeben wird. Die Kurve entspricht in der Tat bis zu einem gewissen Grade den Annahmen der Rieckeschen Theorie. Jede Hälfte der typischen Kurve kann nämlich in drei Teile zerlegt werden,

1) E. Ladenburg, Physik. Zeitschr. 8. p. 590. 1907.

AB , BC und CD . Das Stück BC ist angenähert eine gerade Linie und ebenso der Teil CD . Gehen wir von diesem Gesichtspunkte aus, so läßt sich der Winkel, innerhalb dessen der Hauptteil der emittierten Elektronen die Metallplatte verläßt, finden durch Verlängerung von BC bzw. $B'C'$ bis zu den Schnittpunkten E und E' (Fig. 10). Ziehen wir zu EE'

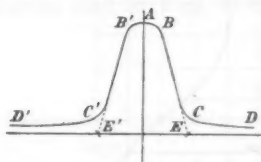


Fig. 10.

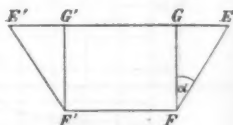


Fig. 11.

(Fig. 11) die Parallele FF' , welche Strecke die Elektrode darstellt, beide in der Entfernung des Faradaykäfigs von den Elektroden, und verbinden F mit E , F' mit E' , so ist der Winkel zwischen EF und der Senkrechten FG oder zwischen $F'E'$ und $F'G'$ der gesuchte Winkel α .

Unzweifelhaft verläßt die Mehrzahl der Elektronen die Elektrode innerhalb dieses Winkels, aber die Kurvenstücke CD und $C'D'$ zeigen, daß auch größere Emissionswinkel vielleicht bis zu dem Grenzwert eines rechten Winkels vorhanden sind.

Für eine erste Annäherung behalten wir die Annahme bei, daß nur die Elektronen zu berücksichtigen sind, welche die Elektrode innerhalb des oben bestimmten Winkels verlassen. Für diesen Winkel ergeben sich folgende Werte:

Für Zink	$30^{\circ} 58'$,
„ Silber	28°

Diese Werte bedürfen noch einer Korrektur wegen des Einflusses des erdmagnetischen Feldes. Das gibt aber nur eine sehr kleine Korrektur, und wenn man dieselbe ausführt, so ergeben sich folgende Werte für den Ausgangswinkel:

Für Zink	$31^{\circ} 8'$
„ Silber	$28^{\circ} 6'$

Natürlich haben wir dabei nur die größte Geschwindigkeit in Betracht gezogen. Für geringere Geschwindigkeiten wird aber dieser Wert nicht wesentlich geändert.

Nachdem wir so den Winkel des Kegels bestimmt haben, innerhalb dessen die meisten Elektronen die Elektrode verlassen, können wir dazu übergehen, die Rieckesche Theorie über die Ausbreitung der Kathodenstrahlen in diesem Kegel experimentell zu prüfen.

§ 7. Versuche über die Ausbreitung der Strahlen im Vakuum.

Die Versuche, welche die nötigen Anhaltspunkte zur Prüfung der Theorie liefern sollten, bestanden in der Messung der Ladung des Faradaykäfigs (Fig. 3), wenn 1. die Entfernung desselben von der Elektrode konstant gehalten wurde und das Potential dieser variierte, oder 2. wenn das Potential der Elektrode konstant blieb und die Entfernung zwischen Elektrode und Käfig geändert wurde. Eine besondere Wahl der Größen in dem Ausdruck des Konzentrationsfaktors $C = \left(\frac{D \operatorname{tg} \alpha - a}{y_B - a} \right)^2$ ist nötig.

Dieser Ausdruck wächst, wenn $(y_B - a)$ abnimmt. Für $y_B = a$ wird er unendlich, und deshalb müssen wir solche Werte y_B ausschließen, welche a nahe kommen. Ferner sollte die Öffnung des Faradaykäfigs ganz innerhalb des schraffierten Teiles liegen, d. h. es muß $(y_B - a) < b$ sein, wo $2b$ der Durchmesser der Öffnung des Käfigs ist.

Man sieht, daß der Durchmesser der Elektrode nicht zu groß und die Entfernung des Käfigs von der Elektrode nicht zu klein sein darf. Im folgenden sollen einige Resultate gegeben werden, bei welchen diesen Bedingungen genügt ist. Bei den betreffenden Versuchen war auch der Natur des Drahtnetzes einige Aufmerksamkeit geschenkt, da man vermuten konnte, daß dieses einigen Einfluß auf die Ausbreitung der Kathodenstrahlen hat, d. h. daß möglicherweise die tangentielle Kraft, die auf dieselben wirkt, durch das Netz geändert wird. Deshalb wurden Beobachtungen mit drei verschiedenen Netzen angestellt. Dieselben bestanden aus Platindraht von verschiedener Dicke, 0,05, 0,075, 0,12 mm.

Die Netze wurden hergestellt durch Aufwickeln des Drahtes auf einen Messingrahmen, bestehend aus einer starken kreisförmigen Messingplatte, welche gerade in den Messingzylinder F paßte. Aus der Platte war ein quadratisches Stück ausgeschnitten (30 mm Seite). Nahe an den Seiten des Quadrates

waren steife Drahtstückchen von 0,85 mm Dicke eingebohrt in gleichmäßigem Abstände von 1,15 mm. Auf diese wurde der Draht in der erforderlichen Weise aufgewickelt.

Für jedes dieser Netze wurde das Potential der Elektrode geändert und ebenso die Entfernung des Käfigs von der Elektrode. Die Ladung, welche jener in der Zeiteinheit pro Einheit der Lichtstärke erhielt, wurde jedesmal gemessen. Netze und Messingrahmen waren dabei beruht.

Tabelle III.

Zinkelektrode. Durchmesser = 15 mm.
Entfernung der Elektrode vom Netz = 4,3 mm.
Dicke des Netzdrahtes = 0,12 mm.

Potential	Ladung des Elektrometers für Entfernungen der Elektroden von		
	8 cm	12 cm	16 cm
166 Volt	396,4	157,2	64,0
73 "	220,1	68,7	25,9
47 "	130,4	43,4	11,2
27 "	73,8	20,2	4,2
19 "	46,4	11,7	2,5
12 "	31,4	6,8	—
8 "	22,3	3,8	—
4,5 "	19,0	2,4	—
3 "	12,9	—	—
2 "	3,2	—	—

Tabelle IV.

Zinkelektrode. Dicke des Drahtnetzes = 0,075 mm.

Potential	Ladung des Elektrometers für Entfernungen der Elektroden von		
	8 cm	12 cm	16 cm
166 Volt	543,4	238,7	105,2
73 "	260,6	93,9	36,7
47 "	161,1	48,4	17,4
27 "	75,2	20,0	6,3
19 "	45,4	10,1	3,35
12 "	26,1	6,3	1,8
8 "	16,8	3,8	—
4,5 "	14,3	2,5	—
2 "	—	—	—

Tabelle V.

Zinkelektrode. Dicke des Drahtnetzes = 0,05 mm.

Potential	Ladung des Elektrometers für Entfernungen der Elektroden von		
	8 cm	12 cm	16 cm
166 Volt	745,0	296,3	125,1
73 „	467,9	156,8	54,0
47 „	311,7	89,2	31,0
27 „	192,9	45,3	14,7
19 „	131,2	27,4	7,2
12 „	82,6	13,2	3,5
8 „	58,0	9,2	2,4
4,5 „	41,7	6,2	—
3 „	25,0	3,3	—
2 „	10,5	—	—

Die meisten dieser Resultate sind aus dem Gebiet, welches Rieckes Theorie entspricht, und können somit zur Prüfung derselben dienen.

Wenn die Entfernung zwischen den Elektroden konstant, so sollte Q/C konstant sein, wobei Q die Ladung bedeutet, welche der Faradaykäfig erhält, wenn der Konzentrationsfaktor C ist. C war in jedem Fall berechnet nach der Formel

$$C = \left(\frac{D \operatorname{tg} \theta_0 - a}{y_B - a} \right)^2,$$

wo D = Entfernung der Elektrode vom Käfig, θ_0 = der Winkel des Kegels, innerhalb dessen die Kathodenteilchen die Elektrode verlassen, a = der Radius der Elektrode = 7,5 mm.

$$y_B = y_A + (D - d) \operatorname{tg} \theta_0 \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{g_A^2 - g_0^2}{g_0^3 \sin \theta_0 \cos \theta} \frac{y_A}{d}},$$

$$y_A = \frac{2d \sin \theta_0}{g_A^2 - g_0^2} \{ g_0 \sqrt{g_A^2 - g_0^2 \sin^2 \theta_0} - g_0^2 \cos \theta_0 \}.$$

Tabelle VI.

Entfernung der beiden Elektroden = 8 cm.

Potential	Konzentrationsfaktor C	Q_1 für Netze 0,05	$\frac{Q_1}{C}$	Q_2 für Netze 0,075	$\frac{Q_2}{C}$	Q_3 für Netze 0,12	$\frac{Q_3}{C}$
2 Volt	2,62	10,5	4,01			3,2	1,22
3 "	4,20	25,0	5,95			12,9	3,07
4,5 "	6,80	41,7	6,63	14,3	2,27	19,0	3,02
8 "	13,62	58,0	4,26	16,8	1,23	22,3	1,64
12 "	26,01	82,6	3,18	26,1	1,00	31,4	1,21
19 "	71,06	131,2	1,85	45,4	0,64	46,4	0,65
27 "	219,04	192,9	0,87	75,2	0,34	73,8	0,84

Nun sollte nach der Theorie Q/C konstant sein, so lange als $(y_B - a)$ größer als der Halbmesser der Käfigöffnung ist, d. h. $> 0,5$ cm. Das ist der Fall für $V = 2, 3, 4,5, 8$ und 12 Volt. Man sieht, daß für diese Zahlen die Werte Q/C nicht sehr voneinander verschieden sind, aber daß für $(y_B - a) < b$, d. h. für 19 und 27 Volt Q/C rapid abnimmt.

Tabelle VII.

Entfernung der beiden Elektroden = 12 cm.

Potential	Konzentrationsfaktor C	Q_1 für Netze 0,05	$\frac{Q_1}{C}$	Q_2 für Netze 0,075	$\frac{Q_2}{C}$	Q_3 für Netze 0,12	$\frac{Q_3}{C}$
3 Volt	3,69	3,3	0,90				
4,5 "	5,29	6,2	1,17	2,5	0,47	2,4	0,45
8 "	10,05	9,2	0,91	3,8	0,38	3,8	0,38
12 "	15,43	13,2	0,85	6,3	0,38	6,8	0,41
19 "	32,04	27,4	0,85	10,1	0,31	11,7	0,36
27 "	48,86	45,3	0,93	20,0	0,41	20,2	0,41
47 "	196,56	89,2	0,45	48,4	0,25	43,4	0,22
73 "	876,2	156,8	0,18	93,9	0,11	68,7	0,08

In diesem Falle ist $(y_B - a) > b$ für $3, 4,5, 8, 12, 19, 27$ Volt. Man sieht, daß hier Q/C praktisch als konstant anzusehen ist, dagegen für $(y_B - a) < b$, d. h. für 47 und 73 Volt sinkt Q/C rapid gegen Null.

Tabelle VIII.

Entfernung der beiden Elektroden = 16 cm.

Potential	Konzentrationsfaktor C	Q_1 für Netze 0,05	$\frac{Q_1}{C}$	Q_2 für Netze 0,075	$\frac{Q_2}{C}$	Q_3 für Netze 0,12	$\frac{Q_3}{C}$
8 Volt	8,70	2,4	0,28				
12 „	13,91	3,5	0,25	1,8	0,13		
19 „	24,80	7,2	0,29	3,35	0,13	2,5	0,101
27 „	43,30	14,7	0,34	6,3	0,14	4,2	0,097
47 „	101,40	31,0	0,30	17,4	0,17	11,2	0,110
73 „	252,8	54,0	0,21	36,7	0,14	25,9	0,102
166 „	7276	125,1	0,017	105,2	0,014	64,0	0,009

Hier ist wiederum $(y_B - a) > b$ für 8, 12, 19, 21, 47 und 73 Volt, und man sieht, daß für diese Werte Q/C nahezu konstant ist. Dagegen für $(y_B - a) < b$, d. h. für 166 Volt sinkt Q/C rapid gegen Null.

Der zweite Teil der Rieckeschen Theorie, daß bei konstantem Potential die Verhältnisse Q/C sich in verschiedener Entfernung D verhalten wie die Ausdrücke

$$\frac{1}{D^3} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D^2} \right),$$

wird durch die Beobachtung im allgemeinen nicht bestätigt. Beispielsweise seien die folgenden Messungen angeführt. Jedesmal ist Q/C der Mittelwert für die Beobachtungen mit verschiedenem Potential.

Tabelle IX.

Drahtdicke = 0,075 mm.

D	$\frac{Q}{C}$	$\frac{1}{D^3} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D^2} \right)$	$\frac{Q}{C} \cdot \frac{D^3}{1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D^2}}$
8 cm	1,50	$\frac{0,977}{6400}$	9670
12 „	0,39	$\frac{0,990}{14400}$	5616
16 „	0,142	$\frac{0,998}{25600}$	3635

Ganz ähnliche Abweichungen von der Rieckeschen Theorie zeigen einige Beobachtungen von Lenard¹⁾, welche in Tab. X mit den berechneten Werten von

$$\frac{Q}{C} \quad \text{und} \quad \frac{Q}{C} \cdot \frac{D^2}{1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D^2}}$$

zusammengestellt sind.

Tabelle X.

Entfernung der Elektroden	Potential der Elektrode	Ladung des Faraday- käfigs Q	Konzentrations- faktor C	$\frac{Q}{C}$	$\frac{D^2}{1 - \frac{3}{4} \frac{a^2 + b^2}{D^2}} \cdot \frac{Q}{C}$
7,7 cm	4 Volt	0,137	4,14	0,0331	2,05
	8 „	0,290	8,00	0,0362	
16,1 „	4 „	0,0083	3,59	0,00231	0,716
	8 „	0,021	6,50	0,00323	
	30 „	0,079	27,38	0,00285	
	60 „	0,143	68,48	0,00209	

Aus der mangelhaften Übereinstimmung muß geschlossen werden, daß die von der Theorie gemachten Annahmen doch der Wirklichkeit gegenüber eine zu große Vernachlässigung enthalten.

Die Übereinstimmung bei ein und derselben Entfernung kann dadurch erklärt werden, daß der Konzentrationsfaktor für eine feste Entfernung mit dem Ausgangswinkel nicht stark variiert. Das ergibt sich aus der folgenden Tabelle.

Tabelle XI.

Potential	$D = 8 \text{ cm}$		$D = 12 \text{ cm}$	
	Ausgangswinkel θ	C	Ausgangswinkel θ	C
8 Volt	30°	13,62		
	60	16,11		
12 „			40°	38,0
			60	40,55

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12. p. 727. 1903.

§ 8. Der Einfluß der Drahtdicke der Netze.

Die Anwendung verschiedener Netze hatte den Zweck, zu untersuchen, ob das Netz irgendwelchen Einfluß auf die Ausbreitung der Kathodenstrahlen ausübt. In der obigen Auseinandersetzung ist stillschweigend vorausgesetzt, daß die Äquipotentialfläche durch das Netz eine Ebene ist. Natürlich ist in unserem Falle eine solche nicht möglich, da die Elektronen durch dieselbe hindurchgehen sollen, während der einzige Weg, eine ebene Fläche zu bekommen, in der Anwendung einer ebenen Metallplatte besteht. Maxwell hat gezeigt, wie die Niveauflächen verlaufen zwischen einer Platte und einem Gitter, welche verschiedene Potentiale haben. Die Flächen, welche Ebenen sein würden, wenn das Gitter durch eine Metallplatte ersetzt wäre,

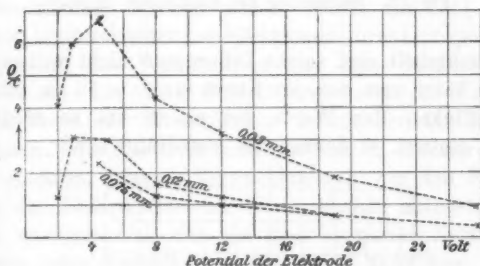


Fig. 12. Entfernung der Elektroden 8 cm.

sind durch das Netz in gekrümmte Flächen deformiert. Man sollte erwarten, daß diese Deformation die Kathodenstrahlen zerstreuen würde, weil die Richtung der elektrischen Kraft an dem Netz beständig wechselt. Wenn wir ein Netz haben, oder sein Äquivalent, zwei zueinander senkrechte Gitter, dann ist diese Deformation der Niveauflächen noch größer. Wahrscheinlich ist der Effekt des Netzes der, den Winkel, innerhalb dessen die Kathodenstrahlen die Elektrode verlassen, zu vergrößern. Um diesen Effekt festzustellen, wurde untersucht, ob das Potential, welches $(y_B - a) = b$ macht, von welchem ab der Wert von Q/C inkonstant wird, abhängt von der Dicke der Netzdrähte. Es wurden zu diesem Zwecke Kurven (Figg. 12, 13, 14) konstruiert, für welche Q/C als Ordinate, das Potential der

Elektrode als Abszisse aufgetragen waren. Diese Kurven sollten zeigen, ob Differenzen der Potentiale, bei welcher der Wert von Q/C zu sinken beginnt, bemerkbar seien.

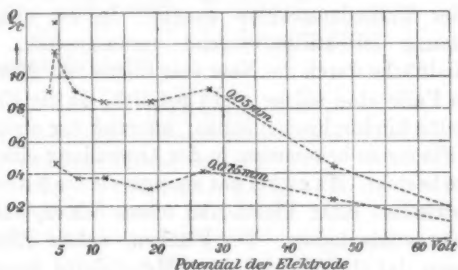


Fig. 13. Entfernung der Elektroden 12 cm.

Mit Sicherheit sind solche Differenzen nicht nachzuweisen. Höchstens kann man aus der Kurve für $D = 16$ cm schließen, daß das Sinken der Werte bei einem um so niedrigeren Potentiale eintritt, je dünner die Netzdrähte sind.

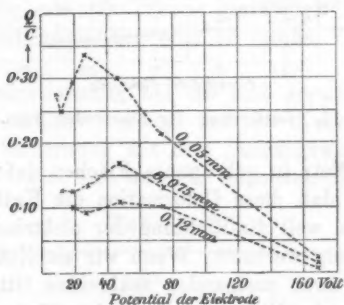


Fig. 14. Entfernung der Elektroden 16 cm.

Das würde bedeuten, daß zunehmende Dicke des Drahtes, aus dem das Netz hergestellt ist, den Winkel vergrößert, innerhalb dessen die Kathodenstrahlen die Elektrode verlassen, d. h. daß die Strahlen um so mehr ausgebreitet werden, je dicker der Draht ist.

In den beiden anderen Fällen für $D = 8$ und $D = 12$ cm ist kein solcher Einfluß zu beobachten, und man muß daraus schließen, daß der Einfluß des Netzes auf die Ausbreitung der Kathodenstrahlen weit kleiner ist als die Abweichung der durch die Theorie gemachten Annahme von der Wirklichkeit.

Dagegen war der Einfluß der Drahtdicke auf die absolute Größe der Ladung sehr deutlich. Die Ladung des Käfigs war am größten für das Netz aus dem dünnsten Draht 0,05 mm, und am kleinsten für das Netz aus dem dicksten Draht 0,12 mm, was sehr leicht zu erklären ist. Denn:

Außer den Elektronen, welche durch die Maschen hindurchgehen, gibt es andere, welche das Netz treffen, und ihre Ladung abgeben. Außerdem kann weniger Licht auf die Elektrode fallen, da die Lichtstrahlen das Netz passieren müssen. Wenn die Niveauflächen Ebenen wären, würde die Zahl der durch das Netz hindurchgehenden Elektronen direkt proportional mit dem Quadrat des Verhältnisses aus dem Gesamtquerschnitt der Maschen und dem Gesamtquerschnitt des Netzes. Da nun die Form der Niveauflächen verschieden ist für die verschiedenen Netze, so tritt noch ein Faktor, welcher von dieser Form abhängt, hinzu. Vernachlässigen wir den Faktor, der infolge der Deformation der Niveauflächen auftritt, so finden wir in unserem Fall für die drei benutzten Netze, daß die Quadrate jenes Verhältnisses 0,81, 0,72, 0,58 sind.

Das Verhältnis dieser Zahlen sollte dasselbe sein, wie das zwischen den entsprechenden maximalen Ladungen des Faradaykäfigs. Nehmen wir für diese Maxima die größten Werte aus den Tabellen, so erhalten wir 745 : 543 : 396, und es sollte sein

$$\frac{745}{81} = \frac{543}{72} = \frac{396}{58}.$$

Das gibt die Werte 9,2 : 7,5 und 7,0. Diese Differenzen lassen sich dadurch erklären, daß einmal die eingesetzten Werte nicht die wirklichen maximalen Ladungen geben, und dann, daß die Deformation der Niveauflächen einen Einfluß ausübt.

§ 9. Genauere Untersuchungen des Gesetzes der Ausstrahlung.

Die Abweichungen von der Rieckeschen Theorie veranlassen uns zu einer näheren Betrachtung der in den Tab. I

und II enthaltenen Resultate. Es ist dort die Ladung angegeben, welche der Faradaykäfig (Fig. 6) in den verschiedenen Entfernungen von der zentralen Stellung erhält. Es mögen die Resultate jetzt ausführlicher diskutiert werden, insbesondere mit Rücksicht auf den Teil CD und $C'D'$ jeder Kurve (Fig. 10). Wir wollen die Resultate benutzen, um die Emission als Funktion des Ausgangswinkels der Kathodenstrahlen zu ermitteln.

In Fig. 15 sei AB die Elektrode und $C'D'$ der Käfig. Derselbe erhält Elektronen von jedem Element der Elektrode.

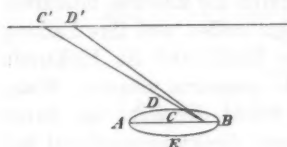


Fig. 15.

Die Öffnung des nach dem Fenster des Faradaykäfigs hingehenden Kegels von irgend einem Element der Elektrode aus variiert natürlich mit der Lage des Elementes. Es kommt darauf an, die Emission in der Einheitskegelöffnung zu finden,

wenn die Richtung derselben einen Winkel θ mit der Normalen der Elektrode bildet. Wir müssen also für eine bestimmte Stellung des Käfigs den Mittelwert des Winkels θ für die verschiedenen Lagen des Elementes bilden, und ebenso den Mittelpunkt der Kegelöffnung. Als Mittelwert des Winkels θ wollen wir denjenigen Winkel annehmen, welchen die Verbindungslinie der Mittelpunkte von Käfigöffnung und Elektrode mit der Normalen einschließt. Was den Mittelwert der Kegelöffnung anbetrifft, so ist der genaue Wert schwer zu ermitteln; wir wollen daher eine Annäherung in folgender Weise erzielen.

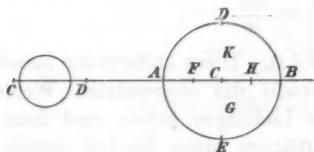


Fig. 16.

Sei $C'D'$ (Fig. 16) die Projektion der Käfigöffnung auf die Ebene der Elektrode $ABCDE$, so bestimmen wir die Kegelöffnungen für die neun Punkte $ABCDEFGHK$, deren Lage aus der Fig. 16 ersichtlich ist, und bilden

daraus den Mittelwert, den wir für den gesuchten ansetzen. Für jede Lage der Käfigöffnung reduzieren wir die Ladung auf die Einheit der Kegelöffnung.

Tabelle XII.
Silberelektrode.

Entfernung der Elektrode vom Zentrum	Ladung \bar{Q}	Kegelförmung $\times 10^{-4} \alpha^2$ für die verschiedenen Stellungen an der Elektrode					Mittlere Kegelförmung	Winkel	Ladung für Kegelförmung	Ladung $\bar{Q}-1$	Korr. Ladung für Einheits- kegelförmung
		A	C	B	E (D)	F	H	K (G)			
4,5 cm	7,6	4,465	1,780	0,850	1,544	2,670	1,190	1,691	185,4	0,6	12,2
3,5 "	13,5	10,55	3,501	1,494	2,906	5,853	2,163	3,405	115,7	6,5	55,8
2,5 "	24	27,97	7,814	2,776	5,857	14,96	4,465	6,667	89,45	17	63,4
1,5 "	54,5	89,06	20,14	6,158	11,81	34,72	10,85	18,02	98,88	47,5	86,2
0,5 "	188,2	85,12	37,43	16,88	17,78	89,06	29,78	32,88	165,1	181,2	156,8
0 "		24,91	89,07	24,91	24,91	37,70	37,70	37,70			

Tabelle XIII.
Zinkelektrode.

Entfernung der Elektrode vom Zentrum	Ladung \bar{Q}	Kegelförmung $\times 10^{-6} \alpha^2$ für die verschiedenen Stellungen an der Elektrode					Mittlere Kegelförmung	Winkel	Ladung für Kegelförmung	Ladung $\bar{Q}-1$	Korr. Ladung für Einheits- kegelförmung
		A	C	B	E (D)	F	H	K (G)			
5,5 cm	7,8	20,23	10,52	5,947	9,36	14,15	7,69	10,31	141,4	0,3	5,8
4,7 "	9,2	39,04	17,80	8,86	15,99	21,49	12,48	17,30	105,1	2,2	25,14
3,7 "	12,5	79,79	31,30	14,19	26,92	58,98	27,09	30,12	72,8	5,5	32,03
2,7 "	21,9	154,9	62,12	26,55	48,62	102	39,57	58,53	69,34	14,9	47,19
1,7 "	48,3	257,7	144,0	54,19	97,31	205,4	84,87	125,8	68,82	86,3	57,69
0,7 "	95,0	246,3	246,3	122,7	142,3	250	172,2	201,9	105,4	89,0	99,7
0		173,3	259	173,3	173,3	238	238	238			

Aus Tab. XIII (Kolonne 12) ersieht man, daß die so gefundenen Ladungen für Winkel von 75° und 67° sicher zu hoch sind. Es rührt dies ohne Zweifel von einer geringen Strahlung (sekundäre Kathodenstrahlen) her, die sich in irgend einer Weise durch das ganze Rohr ausbreitet. Um den hieraus entstehenden Fehler zu korrigieren, nehmen wir von den gefundenen Werten der Ladung (Tabb. I und II) immer den gleichen Betrag weg, und zwar ergibt sich für Zink und Silber, daß wir 7 subtrahieren müssen. Geometrisch bedeutet dies, daß die x -Achse (Figg. 12 und 13) weiter nach oben verschoben wird.

In der ersten vertikalen Reihe dieser Tabelle wird die Entfernung des Faradaykäfigs von dem Mittelpunkt der Elektrode (in der Projektion) gegeben. Die Ladung Q (zweite Reihe) ist das Mittel aus Werten der Ladung, die den beiden Seiten der entsprechenden Kurven entnommen sind.

Die korrigierten Ladungen für die Einheit der Kegelöffnung sind in der Tabb. XII und XIII (Kolonne 14) gegeben.

Danach würde noch bei Winkeln von 75° eine merkliche Ausstrahlung vorhanden sein.

II. Teil.

Verlauf der Kathodenstrahlen im Vakuum unter Einfluß eines magnetischen Feldes.

§ 10. Theoretisches.

Prof. Riecke¹⁾ hat den allgemeinen Fall der Bewegung elektrischer Teilchen unter dem Einfluß eines magnetischen und elektrischen Feldes behandelt. Er betrachtet auch den speziellen Fall, daß magnetisches und elektrisches Feld einander parallel sind. Wenn die Richtung der Kraftlinie mit der x -Achse zusammenfällt, dann sind die Bewegungsgleichungen der Teilchen

$$\mu \frac{d^2 x}{dt^2} = \varepsilon F, \quad \mu \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{s}{c} H \frac{dx}{dt},$$

$$\mu \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{s}{c} H \frac{dy}{dt},$$

1) E. Riecke, Ann. d. Phys. 4. p. 378. 1901.

wo F die Feldstärke der elektrischen Kraft, H die der magnetischen, c die Lichtgeschwindigkeit ist.

Drücken wir alles in elektromagnetischen Einheiten aus, so ist c durch 1 zu ersetzen. In dem betrachteten Fall besteht die Bewegung der Teilchen in einer gleichförmigen Beschleunigung längs der x -Achse und in einer Kreisbewegung in der yz -Ebene. Wenn kein elektrisches Feld vorhanden ist, dann ist die Geschwindigkeit längs der x -Achse gleichförmig.

Nun hängt natürlich die Bewegung ab von der Anfangsgeschwindigkeit und -richtung eines Teilchens. Wenn es parallel zu den Kraftlinien ausgeht, so zeigen die Gleichungen, daß es immer in dieser Richtung weitergeht, die Kreisbewegung verschwindet. Im Fall des photoelektrischen Effektes verlassen die Elektronen die bestrahlte Elektrode in verschiedenen Richtungen mit verschiedenen Geschwindigkeiten, so daß wir Spiralbewegungen mit verschiedenen Radien erwarten können, falls ein magnetisches Feld angewandt wird. Es wurden einige Versuche angestellt, um den Einfluß eines magnetischen Feldes parallel mit der Achse des Rohres (Fig. 3), d. h. senkrecht zu der Ebene der bestrahlten Elektrode zu ermitteln. Das magnetische Feld wurde mittels einer um die Röhre gewickelten Spule erzeugt, so daß die Achsen der Spule und Röhre zusammenfielen. Die Ladungen, welche der Faradaykäfig in verschiedenen Entfernungen von der Elektrode erhielt, wurden gemessen.

Für die kurze Entfernung von der Elektrode bis zum Netz bewegten sich die Strahlen unter dem Einfluß eines magnetischen und elektrischen Feldes. Nach dem Durchgang durch das Netz wirkte nur noch das magnetische Feld. Von dem Raum zwischen Elektrode und Netz sehen wir vorläufig ab. Dann sind die Gleichungen der Bewegung für ein Elektron

$$\begin{aligned}\mu \frac{d^2 x}{dt^2} &= 0, & \mu \frac{d^2 y}{dt^2} &= \varepsilon H \frac{dx}{dt}, \\ \mu \frac{d^2 z}{dt^2} &= -\varepsilon H \frac{dy}{dt}.\end{aligned}$$

Setzen wir $\omega = H\varepsilon/\mu$, so werden die Lösungen der zweiten und dritten Gleichungen

$$\begin{aligned}y &= c + A \cos \omega t + B \sin \omega t, \\ z &= a - A \sin \omega t + B \cos \omega t.\end{aligned}$$

Wir nehmen an, die Anfangsgeschwindigkeiten längs der y - und z -Achse seien g_y und g_z , und daß das Elektron von dem Punkt $x=0$, $y=0$ ausgeht. Bestimmen wir dann die Konstanten, so ergibt sich

$$y = \frac{g_y}{\omega} \sin \omega t + \frac{g_z}{\omega} (1 - \cos \omega t),$$

$$z = \frac{g_z}{\omega} \sin \omega t - \frac{g_y}{\omega} (1 - \cos \omega t).$$

Durch Elimination von t erhalten wir die Projektion der Bahn des Elektrons auf die yz -Ebene:

$$\left(y - \frac{g_z}{\omega}\right)^2 + \left(z + \frac{g_y}{\omega}\right)^2 = \frac{g_y^2 + g_z^2}{\omega^2}.$$

Das ist ein Kreis mit dem Mittelpunkt

$$y = \frac{g_z}{\omega},$$

$$z = -\frac{g_y}{\omega}.$$

Die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher der Kreis durchlaufen wird, ist $\omega = H e / \mu$.

Die Umlaufszeit der Kreisbewegung ist

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\mu}{eH} = \frac{2\pi\rho}{g \sin \theta},$$

wenn

$$g \sin \theta = \sqrt{g_y^2 + g_z^2}.$$

Wenn ρ der Radius des Kreises ist:

$$\rho = \frac{g \sin \theta}{\omega_0} = \frac{\mu g \sin \theta}{eH}.$$

Nach der Zeit τ (nach einem ganzen Umlauf) hat das Elektron die Entfernung

$$\frac{2\pi\mu}{eH} g \cos \theta$$

längs der x -Achse zurückgelegt.

Während irgend einer Zeit t durchläuft das Elektron die Strecke $x = g \cos \theta \cdot t$, parallel zur x -Achse. Es sei A (Fig. 17) der Ausgangspunkt des Elektrons, der Kreis ABC die Projektion der Bahn. Die

Länge des in dieser Zeit beschriebenen Kreisbogens in der Projektion ist

$$g \sin \theta \cdot t = x \tan \theta.$$

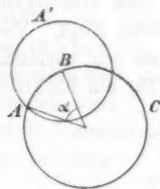


Fig. 17.

Der zugehörige Zentriwinkel ist

$$\alpha = \frac{x \operatorname{tg} \theta}{\varrho} = \frac{x \operatorname{tg} \theta \times \varepsilon H}{\mu g \sin \theta} = \frac{x \varepsilon H}{\mu g \cos \theta}.$$

Die Sehne

$$BA = 2 \varrho \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \frac{g \sin \theta \times \mu}{\varepsilon H} \sin \frac{x \varepsilon H}{2 \mu g \cos \theta}.$$

Betrachten wir nun die Bewegungsverhältnisse noch in einer etwas anderen Weise. In Fig. 18 sei O der Ausgangspunkt des Elektrons, OX die Senkrechte auf der Elektrode in O . Dann ist die Entfernung x (parallel OX) des Elektrons von der Elektrode

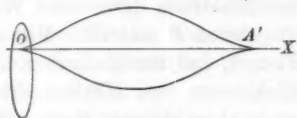


Fig. 18.

$$x = g \cos \theta \cdot t$$

und die Entfernung BA des Elektrons von OX

$$BA = \frac{2 g \sin \theta \times \mu}{\varepsilon H} \sin \frac{x \varepsilon H}{2 \mu g \cos \theta}.$$

Wenn

$$x = x_1 = \frac{\pi \mu g \cos \theta}{\varepsilon H},$$

dann ist

$$\alpha = \pi \quad \text{und} \quad BA = \frac{2 \mu g \sin \theta}{\varepsilon H} = y_1.$$

Man sieht, daß dann die Entfernung des Elektrons von OX ein Maximum wird.

Wenn dagegen

$$x = x_2 = 2 \frac{\mu g \cos \theta}{\varepsilon H} \pi,$$

dann ist

$$\alpha = 2\pi \quad \text{und} \quad BA = 0.$$

In diesem Punkt geht das Elektron wieder durch die Gerade OX . x_2 entspricht daher der Höhe des Schraubenganges. Diese beiden Werte x_2 und y_1 hängen von θ ab. Wenn θ wächst, nimmt x_2 ab und y_1 zu.

Nun fragt es sich weiter, von welchem Punkte der Elektrode Elektronen mit demselben Ausgangswinkel einen bestimmten Punkt mit der Projektion B in derselben Zeit t erreichen. Man erkennt aus Fig. 17, daß der geometrische Ort der gesuchten Punkte ein Kreis um B mit dem Radius AB ist, denn von einem beliebigen Punkt (z. B. A') wird von den

unter dem Winkel θ ausgehenden Elektronen in der Projektion immer wieder der gleiche Kreisbogen durchlaufen. Daraus aber folgt, daß von allen diesen Elektronen nur solche den Punkt B erreichen (N. B. in der Projektion), deren Ausgangspunkte in der Entfernung BA von B liegen.

Nun wollen wir annehmen, dieser Winkel θ sei der größte Emissionswinkel. Ziehen wir nun alle Winkel in Betracht, welche kleiner sind als θ , so fragt es sich, von welchen Punkten der Elektrode jetzt eine Wirkung in einem Punkt mit der Projektion B eintrifft. Man erkennt aus der für BA gegebenen Formel, daß für kleinere Emissionswinkel der Punkt B (Fig. 18) Elektronen von Kreisen erhält, die konzentrisch mit DAE sind, aber kleinere Radien besitzen.

Bei gegebenem x treffen also alle Strahlen, die von dem um B mit BA beschriebenen Kreise unter dem Winkel θ ausgehen, die Stelle xyz ; ist θ der Maximalwert des Ausstrahlungswinkels, so liegen die kleineren Winkel θ entsprechenden Kreise innerhalb des für θ geltenden. Es können also nach B Strahlen kommen, die von der ganzen Kreisfläche BA ausgehen. Danach ergeben sich die folgenden Verhältnisse:

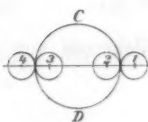


Fig. 19.

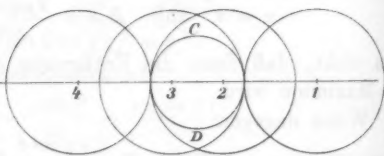


Fig. 20.

Der Kreis mit dem Radius BA kann größer, gleich oder kleiner als die Elektrode sein. In diesen verschiedenen Fällen ergeben sich die folgenden Bedingungen für die Ladung, welche ein Oberflächenelement $d\sigma$ (in x, y, z) erhält, dessen Projektion in den Mittelpunkt des Kreises BA fällt. In Fig. 19 ist der Kreis kleiner als die Elektrode. Wir ziehen irgend eine gerade Linie durch das Zentrum der Elektrode und verschieben das Element $d\sigma$ (in der Projektion) längs dieser geraden Linie. Dann bewegt sich der Kreis $AA'E$ über die Elektrode, und zwar so, daß sein Mittelpunkt immer auf jener geraden Linie

liegt. Nun betrachten wir die vier Lagen, die sich ergeben, wenn der Kreis die Elektrode von innen oder von außen berührt (Fig. 19). In der Stellung 1 erhält das Element $d\sigma$ keine Ladung. Bewegt sich der Kreis nach 2 hin, so kommen immer mehr Punkte des Kreises $AA'E$ auf die Elektrode zu liegen, und so erhält $d\sigma$ beständig wachsende Ladung. Wenn die Stellung 2 erreicht ist, bekommt $d\sigma$ Ladung von dem ganzen Kreis $AA'E$. Dieselbe bleibt nun konstant bis zur Lage 3, von wo an die Ladung wieder abnimmt, bis sie in 4 gleich Null ist.

Wenn der Kreis $AA'E$ denselben Radius hat wie die Elektrode, so fallen die Kreise 2 und 3 zusammen (Fig. 19) und bedecken die ganze Elektrode. Gehen wir von dieser Stellung nach rechts oder nach links, so nimmt die Ladung ab, welche $d\sigma$ erhält, bis sie in 1 und 4 wieder gleich Null wird.

In Fig. 20 hat der Kreis $AA'E$ einen größeren Radius als die Elektrode. Wir erhalten wieder etwas Ähnliches wie im ersten Fall, nur daß es unmöglich ist, daß der ganze Kreis auf der Elektrode liegen kann. Man ersieht ohne weiteres, daß von Stellung 2 bis 3 die ganze Elektrode Ladung nach dem Element hinschickt, während von 2 nach 1 und von 3 nach 4 die Ladung jedesmal bis zu Null abnimmt.

Die Bestimmung der nach einer gegebenen Elektrode gehenden Strahlenmenge würde durch eine Integration über alle ihre Flächenelemente und durch eine zweite Integration über die Elemente der Elektroden auszuwerten sein. Die Rechnung wird im allgemeinen sehr kompliziert, und daher begnügen wir uns mit einer mehr qualitativen Betrachtung.

Wir verfolgen zunächst die von den einzelnen Punkten der Elektrode ausgehenden Strahlenkegel. Betrachten wir diejenigen Strahlen, welche ein Element der Elektrode (Fig. 18) unter dem maximalen Winkel verlassen. Ein einzelnes Elektron beschreibt eine Spirale, die sich um einen Zylinder vom Radius

$$\varrho = \frac{\mu g \sin \theta}{e H}$$

wickelt. Wenn zu irgend einer Zeit die Entfernung von der Elektrode parallel der x -Achse gleich x , dann ist die Entfernung r von der x -Achse gegeben durch

$$B A = 2 \frac{g \sin \theta \times \mu}{e H} \sin \frac{x e H}{2 \mu g \cos \theta}.$$

In diesem Abstand x werden die von A ausgehenden Elektronen auf einen Kreis vom Radius BA sich zerstreut haben, dessen Mittelpunkt auf der durch A gezogenen Achse OX liegt. Die von dem Element unter dem maximalen Winkel θ ausstrahlenden Elektronen verteilen sich auf eine Oberfläche, welche durch Rotation der Kurve

$$y = \frac{2 g \sin \theta \times \mu}{\epsilon H} \sin \frac{x \epsilon H}{2 \mu g \cos \theta}$$

oder

$$y = A \sin p x$$

um die Achse OX erzeugt wird. (Dabei sind A und p Konstanten, wenn g , θ und H konstant sind.)

Die Strahlen vereinigen sich alle wieder in dem Punkt A' , nachdem sie eine ganze Schraubenwindung durchlaufen haben; die Punkte A und A' mögen als Knotenpunkte bezeichnet werden. Dann ist der Abstand zwischen zwei Knoten

$$x = \frac{2 \pi \mu g \cos \theta}{\epsilon H}.$$

Betrachten wir nun die ganze Oberfläche der Elektrode

und suchen wir eine Vorstellung von der Größe der Ladung zu gewinnen, welche der Faradaykäf in den Knoten und Bäuchen erhält. Wir können dann drei Fälle unterscheiden, welche von der relativen Größe von a (Radius der Elektrode), b (Radius der Käfigöffnung) und y_1 (oder $\frac{2 g \sin \theta \times \mu}{\epsilon H}$) abhängen.

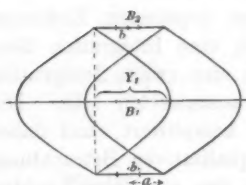


Fig. 21.

Wir wollen dabei davon absehen, daß die Lage der Knotenpunkte sich mit dem Emissionswinkel verschiebt. Wir ersetzen also in der Sprache der Optik das astigmatische Strahlenbündel durch ein zentrisches.

Ist $y_1 > 2a$, so erhalten wir den in Fig. 21 dargestellten Fall.

$(b + a) > y_1 > a$ ist in Fig. 22

und

$y < (a - b)$ in Fig. 23

gegeben. Zunächst ist klar, daß in allen Fällen die Ladung, welche der Faradaykäfig in der Entfernung der Knoten (B_2) erhält, gegeben ist durch $Q(b^2/a^2)$, wenn Q die Gesamtladung ist, welche von der Elektrode ausgeschickt wird.

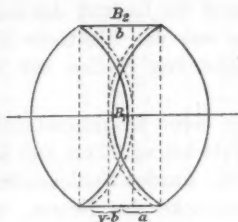


Fig. 22.

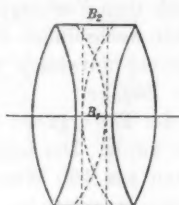


Fig. 23.

Befindet sich der Käfig in B_1 , d. h. an einer Bauchstelle, so sind die Resultate verschieden in den drei genannten Fällen (Figg. 21, 22, 23). Für die Fig. 21 ergibt sich für die Ladung der Ausdruck

$$Q \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{a^2}{y_1^2} = Q^2 \frac{b^2}{y_1^2},$$

wo y_1 die größte Breite der Rotationsfläche ist. In den Fällen Figg. 22, 23 sind die Ladungen selbst in B_1 schwer zu ermitteln. Man kann nur sagen, daß dieselben kleiner sind als die entsprechenden in B_2 .

Legen wir nämlich durch den Rand der Käfigöffnung Rotationsflächen erzeugt durch die Kurven ABC , $A'B'C'$ (Figg. 22, 23), welche den Randkurven parallel sind, so ersieht man, daß der Käfig von allen Teilen des Kreises AA' Elektronen erhält, dagegen nicht von allen Teilen des Kreisringes $ADA'D'$. Diese Bemerkung führt dann in der Tat zu dem Schlusse, daß die Ladungen in B_1 kleiner sein müssen als in B_2 .

Man sieht ferner leicht ein, daß die Unterschiede in der Strahlung bei verschiedenen Abständen von der Elektrode um so geringer sein müssen, je enger die von den einzelnen Punkten der Elektrode ausgehenden Spindeln sind; denn wenn die Spindeln zu geraden Strahlenbündeln zusammengezogen würden, so würden jene Unterschiede ganz verschwinden. Daraus folgt, daß mit wachsender Stärke des Feldes die

Ladung an der Stelle der Bäuche wächst und sich der Ladung an der Stelle der Knoten immer mehr nähern muß.

§ 11. Experimentelles.

Nach dem Vorhergehenden muß die Ladung des Faradaykäfigs bei wechselnder Entfernung von der Elektrode Maxima und Minima aufweisen entsprechend den Stellen der Knoten und der Bäuche.

In der Tat ergaben sich solche, wenn das magnetische Feld angelegt wurde. Die Länge der Spule betrug 22 cm und bestand im ganzen aus 160 Windungen. Es wurden Spulenströme von 1—4 Amp. angewandt. Die Drahtdicke des Netzes, welches bei allen Beobachtungen benutzt wurde, betrug 0,25 mm.

Die Resultate der Beobachtungen sind in folgenden Tabellen gegeben.

Tabelle XIV (vgl. Kurve Fig. 24).

Zinkelektrode. Potential 1650 Volt.

Entfernung der Elektroden	Negative Ladung des Elektrometers bei Strom durch die Spule von	
	2 Amp.	4 Amp.
6 cm	37,3	34,9
8 "	37,3	40,7
10 "	41,2	49,2
12 "	50,2	67,2
14 "	49,1	80,5
16 "	44,8	74,3

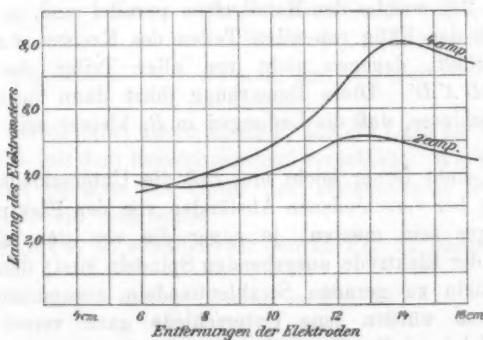


Fig. 24. Zinkelektrode. Potential = 1650 Volt.

Tabelle XV (vgl. Kurven Figg. 25 u. 26).

Zinkelektrode. Potential = 163 Volt.

Entfernung der Elektroden	Negative Ladung des Elektrometers bei Strom durch die Spule von				
	0 Amp.	1 Amp.	2 Amp.	3 Amp.	4 Amp.
4 cm	48,8	53,1	64,7	61,3	57,0
6 "	40,7	51,9	67,8	74,6	71,8
8 "	31,8	40,2	71,5	95,0	160,3
10 "	24,4	31,8	81,1	152,3	127,4
12 "	14,8	28,4	113,4	100	78,2
14 "	8,3	21,9	98,9	67,1	119,4
16 "	6,6	20,8	74,5	69,3	124,7

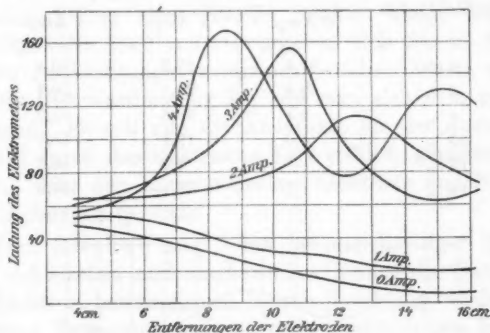


Fig. 25. Zinkelektrode. Potential = 163 Volt.

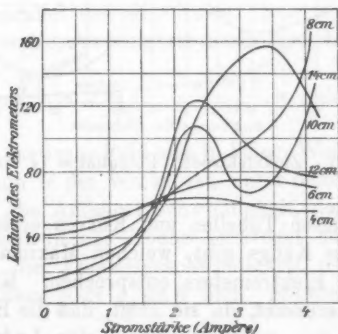


Fig. 26. Zinkelektrode. Potential = 163 Volt.

Diese Resultate sind graphisch auf zwei verschiedene Weisen aufgetragen in den Kurven (Figg. 25 u. 26). 1. Die Entfernungen der Elektroden, 2. die Stärken des Spulenstromes sind als Abszissen, die Ladungen des Elektrometers jedesmal als Ordinaten genommen.

Tabelle XVI (vgl. Kurven Fig. 27).

Zinkelektrode. Potential = 14 Volt.

Entfernung der Elektroden	Negative Ladung des Elektrometers bei Strom durch die Spule von		
	0 Amp.	1 Amp.	4 Amp.
4 cm	27,1	27,2	66,4
6 "	9,8	21,5	56,7
8 "	6,1	38,6	65,2
10 "	4,0	19,1	58,7
12 "	—	8,0	48,3
14 "	1,7	15,1	54,9

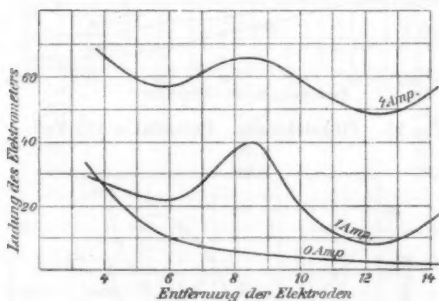


Fig. 27. Zinkelektrode. Potential = 14 Volt.

Aus allen diesen Tabellen und Kurven ersieht man, daß es Stellungen des Käfigs gibt, welchen Maxima und Minima der Ladung des Elektrometers entsprechen. Kurve (Fig. 25) ist besonders interessant, da sie zeigt, daß die Entfernung der Elektroden für das erste Maximum der Ladung mit dem magnetischen Felde variiert, während das Potential dasselbe

bleibt. Von der Verschiebung dieses Maximums können wir uns folgendermaßen eine Rechenschaft geben.

Nehmen wir an, daß alle Elektronen unter demselben Winkel θ , etwa dem größten der verschiedenen Winkel, aus der Elektrode herauskommen, so hat das Elektron einen vollständigen Kreis um die Kraftlinien beschrieben, wenn es um die Strecke

$$l = \frac{2\pi\mu}{sH} g \cos \theta.$$

in der Richtung der Normalen von der Elektrode sich entfernt hat.

Die Winkel θ sind infolge der Einwirkung des elektrostatischen Feldes ohne Zweifel relativ klein. Setzen wir näherungsweise $\cos \theta = 1$, so ergeben sich die in Tab. XVII mit den Beobachtungen zusammengestellten Werte von l .

Die Übereinstimmung ist, wie man sieht, im ganzen befriedigend. Es soll nun die Änderung, die der Ausstrahlungswinkel θ durch das elektrische Feld erfährt, genauer bestimmt werden. Für den Raum zwischen Elektrode und Netz gelten die Gleichungen (p. 792).

Prof. Riecke¹⁾ zeigt, daß bei gleichzeitiger Einwirkung eines elektrischen und magnetischen Feldes die Ganghöhe der vom Elektron beschriebenen Spirale beständig wächst. Diese Bewegung kann man sich hervorgebracht denken durch eine gleichförmige Beschleunigung längs der Kraftlinien und eine Zirkularbewegung von konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine Achse parallel den Kraftlinien. Nun ist es von Interesse, daß die lineare Geschwindigkeit dieser Kreisbewegung gleich ist

$$\frac{Hs}{\mu} \times \varrho = \frac{Hs}{\mu} \cdot \frac{\mu g \sin \theta}{sH} = g \sin \theta,$$

durch das magnetische Feld also in keiner Weise beeinflusst wird.

Wenn nun θ der Winkel ist, unter dem das Elektron ausgeht, und g_0 die Anfangsgeschwindigkeit, dann ist $g_0 \sin \theta$ die Geschwindigkeit in der Ebene senkrecht zu den Kraftlinien, und $g_0 \cos \theta$ die Anfangsgeschwindigkeit parallel zu diesen. Nun ist an dem Netz $g_0 \sin \theta$ nicht geändert, wohl aber die

1) E. Riecke, l. c.

Geschwindigkeit längs der Kraftlinien. Diese wird bei einem Potential von 163 Volt an dem Netz $7,47 \times 10^8$ cm/sec, während $g \sin \theta = 3,85 \times 10^7$ (für $\theta = 31^\circ$). Danach bestimmt sich der Winkel θ durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} . \theta = \frac{g_0 \sin \theta}{g} = \frac{3,85}{74,7} = 0,0515,$$

$$\theta = 2^\circ 57'.$$

Tabelle XVII.

Spulenstrom	Magnetische Feldstärke	$l = \frac{2\pi\mu}{\epsilon H} g$ (berechnet)	Entfernung der Elektroden für das erste Maximum
2 Amp.	18,26	15,2	12,2 cm
3 „	27,39	10,1	10,4 „
4 „	36,52	7,6	8,6 „

Daraus würde also folgen, daß es durchaus berechtigt war, für $\cos \theta$ den Wert 1 zu setzen.

Wenn wir annehmen, daß der größte Ausgangswinkel an der Elektrode 30° beträgt, so sehen wir, daß derselbe an dem Netz nur 3° ist für ein Potential der Elektrode von 163 Volt. Es ergibt sich, daß der Radius BA der Projektion der Elektronenbahn für einen Winkel von 3° mit der Normalen die folgenden Werte annimmt:

Für $H = 9,13$	$BA = 2,55$ mm
„ $H = 18,26$	$BA = 1,27$ „
„ $H = 27,39$	$BA = 0,85$ „
„ $H = 36,52$	$BA = 0,63$ „

Während zwischen der Theorie und den Beobachtungen Übereinstimmung vorhanden ist, mit Bezug auf die Distanz der Knoten, ist das nicht der Fall mit Bezug auf die Ausbreitung der Strahlen. Wenn die Elektronen unter einem Winkel von 30° die Elektrode verlassen, so wird dieser Winkel auf etwa 3° reduziert in einem Felde von 163 Volt, und dem entsprechen die gefundenen sehr kleinen Wirkungskreise.

Man sieht, daß für die betrachteten Werte von H die Spiralen schon so eng zusammengezogen sind, daß der größte Querschnitt immer noch kleiner sein würde als die Fläche des Faradaykäfigs. Setzen wir den maximalen Austrittswinkel von 30° gemäß der Theorie in Rechnung, so würden unter allen Umständen die quantitativen Unterschiede der Ladung in verschiedenen Entfernungen viel kleiner sein müssen, als sie in Wirklichkeit sind.

Die Betrachtung der Ausbreitung im magnetischen Feld führt also ebenfalls zu dem Schluß, daß die einfachen Annahmen, welche der Theorie zugrunde gelegt sind, von den beobachteten Erscheinungen nur zum Teil Rechenschaft zu geben vermögen.

III. Teil.

Absorption der Kathodenstrahlen von verschiedener Geschwindigkeit durch einige Gase.

§ 12. Theorien von J. J. Thomson und P. Lenard.

Zunächst ist es notwendig, genau festzustellen, was man unter Absorption der Kathodenstrahlen durch eine Substanz versteht. J. J. Thomson¹⁾ hat diese Frage diskutiert und gezeigt:

Wenn Kathodenstrahlen durch eine Substanz gehen, so findet zuerst eine Absorption der Energie statt, d. h. die Geschwindigkeit der Strahlen ist geringer nach dem Durchgang. Er hat berechnet, um wieviel die Energie abnimmt. Messungen der Absorption in diesem Sinne sind von Leithäuser²⁾ angestellt worden, welcher die magnetische Ablenkung der Strahlen vor und nach dem Durchgang durch Aluminium bestimmte. Vor dem Eintritt waren die Strahlen homogen, aber nach dem Austreten variierten die Geschwindigkeiten zwischen weiten Grenzen, und waren natürlich kleiner als die Geschwindigkeit vor dem Eintritt.

1) J. J. Thomson, *Cond. of Elec. through Gases* 2. Ed. p. 375.

2) G. E. Leithäuser, *Ann. d. Phys.* 15. p. 283. 1904.

J. J. Thomson zeigte auch, daß Absorption in dem Sinne stattfindet, daß die Kathodenteilchen von ihrer Bahn abgelenkt werden, wenn sie in die Nähe eines Atomes kommen. Unter der Annahme, daß diese Ablenkung herrührt von der Wirkung der negativen Teilchen in dem Atome, hat er den Absorptionskoeffizienten in diesem Sinne berechnet und gezeigt, daß dieser Koeffizient proportional ist mit der vierten Potenz der Geschwindigkeit der Strahlen. Er zeigte auch, daß für Strahlen von kleiner Geschwindigkeit der Absorptionskoeffizient gleich $2/3l$ sein sollte, wo l die freie Weglänge eines kleinen Teilchens zwischen den Atomen der absorbierenden Substanzen bedeutet. Die hier ausgeführte Berechnung bezieht sich tatsächlich auf die Zerstreuung der Kathodenstrahlen (in Gasen) und gibt in Wirklichkeit nicht den richtigen Ausdruck für die eigentliche Absorption. In derselben Richtung machte Kaufmann¹⁾ einige Messungen für verschiedene Gase.

Die Betrachtung von J. J. Thomson zeigt, daß es notwendig ist, genau zu definieren, was man unter Absorption versteht. Außer den besprochenen Arten der Absorption: Energieverlust und Ablenkung der Bahn beim Durchgang durch Materie, gibt es unzweifelhaft noch eine dritte Form, welche eine wirkliche Absorption der Kathodenteilchen durch Materie darstellt, d. h. einige dieser Teilchen werden von den Atomen in ihrer Bahn aufgehalten. Das war Lenards²⁾ Ansicht.

Diese Möglichkeit und die Abweichungen von dem Massengesetz ließen Lenard vermuten, daß die Absorption eine Funktion der Geschwindigkeit ist, und so erdachte er einige Versuche für die Messung der Absorption der Kathodenstrahlen von verschiedener Geschwindigkeit. Er kam auf eine glückliche Idee, die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen zu variieren. Die Strahlen, welche von einer geerdeten bestrahlten Elektrode ausgehen, sind als nahezu die langsamsten bekannt. Legt man ein negatives Potential an diese Elektrode, so kann

1) W. Kaufmann, Wied. Ann. 69. p. 95. 1899.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12. p. 714. 1903.

man den Strahlen irgend eine beliebige Geschwindigkeit erteilen, falls die auffangende Elektrode auf dem Potential Null gehalten wird. Er fand, daß die Absorption in Gasen wächst, wenn die Geschwindigkeit der Strahlen abnimmt, bis ein Grenzwert für eine gewisse kleine Geschwindigkeit erreicht wird. Wenn die Geschwindigkeit weiter verringert wird, so bleibt dann die Absorption ungeändert. Dieses wichtige Resultat, welches J. J. Thomsons Theorie nicht gut erklären konnte, wurde von Lenard selbst derart auseinandergesetzt, daß kein Zweifel an seiner Richtigkeit mehr bestehen kann.

Ein wichtiger Punkt nach dieser Richtung hin ist, daß das Maximum der Absorption für sehr langsame Strahlen dem gesamten Querschnitt der Moleküle in 1 cm^3 Gas unter dem gleichen Druck gleich sein sollte. In der Tat fand Lenard, daß diese Werte von derselben Größenordnung waren wie jene. Wir sehen also, daß zwei Theorien aufgestellt worden sind, die Absorption der Kathodenstrahlen von verschiedener Geschwindigkeit zu erklären, eine von J. J. Thomson, die andere von Lenard.

§ 13. Messungen.

Lenard maß den Absorptionskoeffizienten der Kathodenstrahlen von verschiedener Geschwindigkeit in Luft, Wasserstoff, Argon und Kohlensäure. Ich habe diese Messungen ausgedehnt auf Kohlenoxyd, Sauerstoff, Stickstoff, und die Messungen für Wasserstoff wiederholt, da die für dieses Gas erhaltenen Resultate abnorm waren. Meine Methode war im allgemeinen dieselbe wie die von Lenard benutzte. Die verschiedenen Geschwindigkeiten wurden durch negative Ladung der bestrahlten Elektrode (Fig. 3) hervorgebracht. Das Potential des gegenüberliegenden Drahtnetzes wurde auf Null gehalten, so daß die Strahlen nach dem Durchgang des Netzes nicht mehr durch magnetische oder elektrische Kräfte beeinflusst werden.

In einer gegebenen Entfernung zwischen den Elektroden wurde die von dem Käfig aufgenommene Ladung gemessen, einmal im Vakuum, und dann, wenn das Rohr mit Gas gefüllt war. Natürlich muß jederzeit die Lichtintensität kontrolliert

werden durch Messungen in der Kontrollröhre. Wenn Q_0 die Zahl der Elektronen ist, welche die Elektrode verlassen, wenn die Lichteinheit auf dieselbe fällt, so wird im Vakuum nur ein Bruchteil dieser Elektronenmenge, γQ_0 , den Faradaykäfig erreichen, infolge der Ausbreitung der Kathodenstrahlen. Wenn Gas vorhanden ist, so werden einige dieser Elektronen absorbiert und weniger als γQ_0 werden den Käfig erreichen. Das bekannte Exponentialgesetz bezieht sich natürlich auf diesen Fall, und wenn d die Entfernung der Elektroden ist, so wird die Zahl der Elektronen, welche noch hindurchgehen, $\gamma Q_0 e^{-\alpha d}$, wo α der Absorptionskoeffizient für das Gas bei dem benutzten Druck ist. Wenn

$$J = \gamma Q_0$$

und

$$K = \gamma Q_0 e^{-\alpha d},$$

dann ist

$$\alpha = \frac{1}{d} \log e \frac{J}{K}.$$

Auf diese Weise finden wir α , indem wir J und K durch die entsprechenden Ausschläge des Elektrometers für die Einheit der Lichtintensität ersetzen.

Um α zu messen war es natürlich notwendig, sehr kleine Drucke zu benutzen, denn bei großen Drucken spielt Ionisation des Gases eine zu große Rolle.¹⁾ Es wurden selten höhere Drucke als $\frac{1}{200}$ mm Hg benutzt. Die Geschwindigkeit der benutzten Kathodenstrahlen war zum Teil sehr klein, und O. v. Baeyer²⁾ hat neulich gezeigt, daß langsame Strahlen das Gas ebenfalls ionisieren, so daß die obige Bemerkung für alle benutzten Geschwindigkeiten gilt. Alle Absorptionskoeffizienten sind auf den Druck von 1 mm Hg bezogen, obschon die Messungen bei viel kleinerem Drucke ausgeführt sind. Das war möglich unter Zuhilfenahme der Lenardschen Resultate³⁾, welche zeigten, daß der Absorptionskoeffizient eines

1) W. Varley, Phil. Trans. 302. p. 439. 1904.

2) O. v. Baeyer, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 10. p. 96. 1908.

3) P. Lenard, Wied. Ann. 56. p. 258. 1895.

Gases proportional dem Druck ist; dabei hat er viel höhere Drucke und größere Geschwindigkeiten als die hier angewandten benutzt. In den vorliegenden Versuchen wurde für jeden Absorptionskoeffizienten der Strahlen verschiedener Geschwindigkeiten das Mittel aus einer Anzahl von Versuchen genommen, bei welchen der Druck und die Entfernung der Elektroden variierten. Die Resultate sind gegeben in den Tab. XVIII—XXI.

Tabelle XVIII.

Absorption bei Sauerstoff.

$$\text{Absorptionskoeffizient} = \beta = \frac{1}{a} \log. \frac{J}{x}.$$

Potential in Volt	Entfernung der Elektroden in cm	Druck p in mm Hg	$\frac{\beta}{p}$	Mittelwert
1650	6	0,0044	1,08	1,62
	6	0,0033	1,84	
	8	0,0024	1,36	
	12	0,0037	2,30	
660	6	0,0038	5,52	5,8
	8	0,0030	6,21	
165	6	0,0021	12,2	12,7
	6	0,0034	13,3	
64	6	0,0035	28,3	28,4
	8	0,0027	28,5	
	12	0,0033	28,5	
32	6	0,00395	28,5	27,5
	6	0,00225	26,5	
16	6	0,0040	28,2	31,2
	6	0,0023	27,1	
	8	0,0028	37,7	

Tabelle XVIII (Fortsetzung).

Potential in Volt	Entfernung der Elektroden in cm	Druck p in mm Hg	$\frac{\beta}{p}$	Mittelwert
6,4	8	0,0030	28,1	35,4
	8	0,00285	43,7	
3,2	6	0,0037	28,5	28,3
	8	0,0031	28,2	

Tabelle XIX.

Absorption bei Stickstoff.

Potential in Volt	Entfernung der Elektroden in cm	Druck p in mm Hg	$\frac{\beta}{p}$	Mittelwert
1650	6	0,0028	2,3	2,3
	9	0,0024	2,3	
660	6	0,0029	4,07	3,9
	9	0,0029	4,6	
	9	0,0035	3,2	
165	6	0,00283	13,8	15,1
	9	0,0031	19,1	
	9	0,0057	13,57	
64	6	0,0030	22,1	23,3
	6	0,0038	27,1	
	9	0,0028	20,7	
32	6	0,00305	29,2	31,9
	6	0,0041	34,0	
	9	0,0062	29,4	
16	6	0,0031	34,5	34,4
	6	0,0043	34,3	
6,4	6	0,00315	31,3	32,9
	6	0,00350	34,5	
3,2	6	0,0037	43,2	36,1
	6	0,0047	29,0	

Tabelle XX.

Absorption bei Wasserstoff.

Potential in Volt	Entfernung der Elektroden in cm	Druck p in mm Hg	$\frac{\beta}{p}$	Mittelwert
1650	6	0,0037	0,92	} 0,92
	12	0,0025	0,92	
660	6	0,00264	0,69	} 1,53
	9	0,00184	0,92	
	12	0,0026	2,99	
165	6	0,00268	3,45	} 5,2
	6	0,0041	3,68	
	12	0,0027	8,51	
64	6	0,00273	9,43	} 8,8
	6	0,0042	6,67	
	9	0,00192	10,35	
32	6	0,00278	13,1	} 13,2
	6	0,0043	13,1	
	9	0,00196	13,3	
16	6	0,00282	18,4	} 22,3
	6	0,0043	23,0	
	9	0,0020	22,3	
	12	0,0030	25,7	
6,4	6	0,0045	36,8	36,8
3,2	6	0,0029	35,9	} 41,5
	6	0,0046	47,1	

Tabelle XXI.

Absorption bei Kohlenoxyd.

Potential in Volt	Entfernung der Elektroden in mm	Druck p in mm Hg	$\frac{\beta}{p}$	Mittelwert
1650	6	0,0033	1,61	} 1,7
	12	0,0037	1,84	
660	6	0,0035	5,1	} 5,4
	12	0,0038	5,7	

Tabelle XXI (Fortsetzung).

Potential in Volt	Entfernung der Elektroden in cm	Druck p in mm Hg	$\frac{\beta}{p}$	Mittelwert
165	6	0,0037	15,6	15,2
	12	0,0040	14,9	
64	6	0,0039	27,6	31,8
	8	0,0030	36,1	
32	6	0,0041	34,0	34,8
	8	0,0031	35,6	
16	6	0,0043	35,8	36,5
	6	0,0040	37,2	
6,4	6	0,0045	28,5	31,8
	6	0,0042	35,1	
3,2	6	0,0047	37,9	37,9

Der Sauerstoff wurde durch Erhitzen von Kaliumpermanganat erzeugt. Dasselbe befand sich in einem an den Apparat angeblasenen Glasrohr, welches mit evakuiert wurde. Das Glasrohr wurde schwach angeheizt. Der entweichende Sauerstoff ging durch ein Phosphorpentoxydrohr, bevor er in den Apparat eintrat.

Stickstoff und Wasserstoff wurden aus Bomben entnommen. Die Gase wurden wieder durch Phosphorpentoxyd getrocknet, bevor sie in den Apparat gelangten. Das Kohlenoxyd wurde durch Erwärmung von Chloroform und Kalilauge hergestellt. Da bei diesem chemischen Prozeß auch Wasser entsteht, wurden mehrere Trockenrohre angewandt.

Hier folgt ein Beispiel der Methode, die zur Bestimmung des aus den Messungen abgeleiteten Absorptionsvermögens benutzt wurde.

Tabelle XXII.

Potential der Elektrode	Ladung pro Lichteinheit im Vakuum J	Ladung pro Lichteinheit in Stickstoff K	Druck p	Entfernung der Elektroden p	$\frac{1}{d} \log e \frac{J}{K}$ $= \beta$	$\alpha = \frac{\beta}{p}$
Volt - 1650	678,6	640,4	mm Hg 0,0024	cm 9	0,00642	2,67

Die Kurven (Fig. 28) zeigen den graphischen Verlauf der in den Tab. XVIII—XXI enthaltenen Resultate, und geben

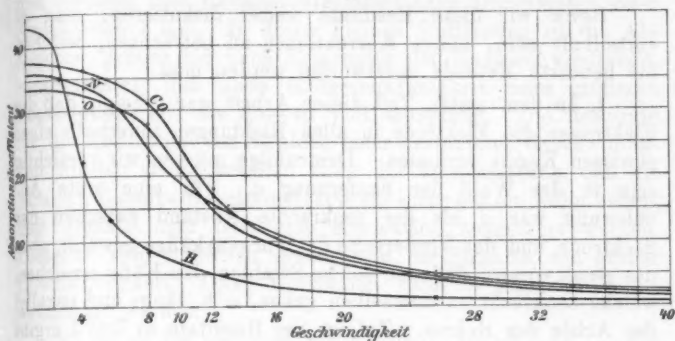


Fig. 28.

ein unmittelbares Bild, wie die Absorption mit der Geschwindigkeit variiert. Der Vergleich mit den von Lenard erhaltenen Kurven zeigt, daß die Form der Kurven ungefähr dieselbe ist und denselben allgemeinen Charakter besitzt. Stellt man die obigen Ergebnisse mit seinen zusammen, so sind wir in der Lage, die folgenden Schlüsse zu ziehen:

1. Das Massengesetz gilt nur für größere Geschwindigkeiten.

2. Wenn die Geschwindigkeit abnimmt, wächst die Absorption bis zu einer endlichen Grenze, und wenn auch dann die Geschwindigkeit weiter verkleinert wird, so ändert sich die Absorption nicht mehr, sondern behält anscheinend diesen Wert bis zu der Geschwindigkeit Null.

3. Wasserstoff verhält sich anormal. In Übereinstimmung mit dem Massengesetz ist seine Absorption kleiner als diejenige schwererer Gase für Strahlen von großer Geschwindigkeit. Wenn die Geschwindigkeit abnimmt, wächst die Absorption anfänglich sehr langsam, viel langsamer als in anderen Gasen, aber für kleine Geschwindigkeiten absorbiert der Wasserstoff die Strahlen viel mehr als andere Gase, wie man daraus erkennt, daß die Kurve für Wasserstoff diejenigen der anderen Gase schneidet.

§ 14. Korrekturen an den erhaltenen Zahlen.

Bevor wir diese Resultate weiter diskutieren, mag es vorteilhaft sein, einige Korrekturen zu betrachten, welchen die benutzte Methode unterworfen werden muß.

1. In dem ersten Teil dieser Arbeit war gezeigt, daß die Elektronen die Elektrode in allen Richtungen innerhalb eines gewissen Kegels verlassen. Demzufolge müssen wir vorsichtig sein in der Wahl der Entfernung d . Für eine erste Annäherung war d als der senkrechte Abstand zwischen der Elektrode und der Vorderseite des Faradaykäfigs gewählt, aber das setzt voraus, daß nur solche Strahlen den Käfig erreichen, welche senkrecht zu demselben gehen, d. h. längs und parallel der Achse des Rohres. Zufolge der Resultate in Teil I ergibt sich als Mittel der Entfernungen, welche die Elektronen von der Elektrode nach der Käfigöffnung hin durchlaufen

$$d' = \frac{1}{ab} \int_0^a \int_0^b \sqrt{d^2 + (r - r')^2} dr dr'.$$

Wir erhalten eine hinreichende Approximation dieses Ausdruckes, wenn wir das arithmetische Mittel aus d und

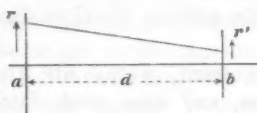


Fig. 29.

$$\sqrt{d^2 + (a + b)^2}$$

nehmen. Für den Fall $d = 60$ mm haben wir den geänderten Wert

$$\frac{60 + \sqrt{(60)^2 + (13 + 5)^2}}{2}, \text{ d. h. } 61,3 \text{ mm.}$$

Demzufolge sind die früheren Resultate für die Absorption zu groß und in der Formel

$$\alpha = \frac{1}{d} \log e \frac{J}{K}$$

müssen wir d durch d' ersetzen.

2. Ein anderer Punkt, welcher unsere Aufmerksamkeit erfordert, ist der, daß die Kathodenteilchen auf ihrer Bahn

nicht mit derselben Geschwindigkeit fortschreiten. Wenn sie die Elektrode verlassen, haben sie eine kleine Geschwindigkeit und erhalten ihre Endgeschwindigkeit nach Durchlaufen einer Strecke von 4 mm. In dieser kleinen Entfernung ist die Absorption größer als nach Erlangung der Endgeschwindigkeit, vorausgesetzt, daß diese Endgeschwindigkeit einer größeren Potentialdifferenz als 30—40 Volt entspricht. Die Resultate für die Absorption von Strahlen einer bestimmten Geschwindigkeit wurden zuerst erhalten unter der Voraussetzung, daß die Strahlen dieselbe Geschwindigkeit auf ihrer ganzen Bahn haben, und deshalb muß jetzt eine Korrektur ausgeführt werden. Dieselbe wird natürlich größer sein für Strahlen von großer Geschwindigkeit. Diese Korrektur kann in folgender Weise ausgeführt werden.

Es sei $\bar{\alpha}$ der unkorrigierte Absorptionskoeffizient, α_1 der korrigierte Absorptionskoeffizient, α der Absorptionskoeffizient, wenn die Strahlen noch nicht ihre volle Geschwindigkeit erhalten haben (jedesmal für die Längeneinheit).

Wenn D die ganze Strecke zwischen der Elektrode und dem Käfig bezeichnet, d die Entfernung des Netzes von der Elektrode, so folgt

$$\bar{\alpha} D = \alpha_1 (D - d) + \int_0^d \alpha dx,$$

wo x der zurückgelegte Weg des Elektrons ist. Das wird vielleicht aus Fig. 30 noch anschaulicher. Hier ist die Entfernung von der Elektrode als Abszisse, die Absorption als Ordinate aufgetragen.

Es sei OF gleich der Strecke d , OX gleich der Strecke D , $B'X$ (oder CO) sei gleich $\bar{\alpha}$, d. h. dem beobachteten Absorptionskoeffizienten, BX (oder AF) = α .

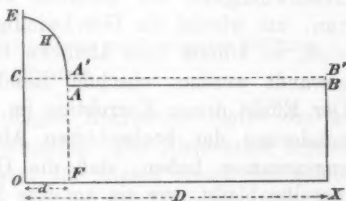


Fig. 30.

Dann bedeutet die Gleichung, daß die Fläche $OXB'C$ gleich der Summe der Flächen $ABXF$ und $EHAF$ ist.

Aus der obigen Gleichung erhält man

$$\alpha_1 = \bar{\alpha} - \frac{1}{D-d} \int_0^D (\alpha - \bar{\alpha}) dx.$$

Daraus kann man mit Hilfe der Kurve die Korrektur leicht ermitteln, weil das Integral

$$\int_0^d (\alpha - \bar{\alpha}) dx$$

der Fläche $EHA'C$ entspricht.

Man erhält die Kurve EHA' , indem man beachtet, daß für jedes mm das Potentialgefälle $V/4$ beträgt, wo V der Potentialunterschied zwischen der Elektrode und dem Netz ist. Indem man zunächst die beobachteten Werte von α aufträgt, kann man auf diese Weise den korrigierten Wert der Absorption ermitteln.

Wie oben erwähnt, ist diese Korrektur nicht notwendig für große Absorption, aber für kleine modifiziert sie das Resultat etwas.

3. Eine ähnliche Korrektur wie die in 2. ist unter Umständen noch für einen anderen Fall notwendig. Es ist von Leithäuser¹⁾, Lenard²⁾ und J. J. Thomson³⁾ gezeigt worden, daß Energie absorbiert wird, wenn Kathodenstrahlteilchen durch ein absorbierendes Medium gehen, d. h. die Geschwindigkeit der Strahlen wird verringert. Wissen wir nun, um wieviel die Geschwindigkeit der Strahlen verkleinert wird, so könnte eine ähnliche Korrektur wie die obige angewandt werden, obschon dieselbe viel kleiner sein würde. Der Effekt dieser Korrektur im allgemeinen würde eine Verminderung der beobachteten Absorptionswerte sein, da wir angenommen haben, daß die Geschwindigkeit der Strahlen dieselbe bleibt, wie sie an dem Netze ist.

1) G. E. Leithäuser, Ann. d. Phys. 15. p. 283. 1904.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12. p. 726. 1903.

3) J. J. Thomson, Cond. of Electr. 2. p. 378.

Lenard diskutiert noch einige andere Korrekturen, ob schon er zeigt, daß dieselben keinen größeren Einfluß haben.

4. Das Gas bewirkt in gewissem Maße eine Ablenkung der Strahlen aus ihrer Bahn. Wenn das Strahlenbündel einen im Vergleich mit der Öffnung des Faradaykäfigs großen Durchmesser hat, so kann dieser Einfluß keinen erheblichen Effekt hervorbringen, da die Elektronen nach allen Richtungen abgelenkt werden. Dieser störende Einfluß wurde noch verkleinert durch Anwendung kleiner Drucke.

5. Weiter werden durch das Gas sekundäre Kathodenstrahlen erzeugt und infolgedessen wird die Absorption zu klein erscheinen. Indessen ist die Geschwindigkeit dieser sekundären Strahlen klein und sie können nicht durch ein Aluminiumfenster gehen. Lenard maß die Absorption in einigen Fällen, in denen er ein Aluminiumblättchen vor den Faradaykäfig brachte. Das ließ sich natürlich ausführen für größere Geschwindigkeiten und in den vorliegenden Untersuchungen ist davon abgesehen worden.

6. Eine andere von Lenard besprochene Fehlerquelle liegt in der Absorption selbst. Infolge der Absorption findet eine Konzentration der negativen Ionen längs des Rohres statt, und da dieselbe in der Nähe der bestrahlten Elektrode größer ist, so findet eine Diffusion der negativen Elektrizität gegen den Faradaykäfig hin statt. Es kann dies nur einen Einfluß haben für starke Absorption und deshalb kann der Effekt dieser Fehlerquelle durch Benutzung sehr kleiner Drucke sehr reduziert werden.

§ 15. Ergebnis der Beobachtungen und weitere Prüfung der Theorie.

Nach Anwendung der obigen Korrektur bleibt die allgemeine Form der Kurven dieselbe. Die Absorption erreicht dann noch einen Maximalwert für kleine Geschwindigkeiten der Strahlen, welcher Wert für die verschiedenen Gase verschieden ist. So sehen wir, daß allgemein gesprochen, in diesen Ergebnissen ein weiterer Beitrag zur Lenardschen Theorie liegt. Es mag vielleicht vorteilhaft sein, die Diskussion dieser Theorie noch ein wenig weiter fortzusetzen.

Lenard schließt aus seinen Resultaten, daß die Absorption der Strahlen von den elementaren Teilen der Atome herrührt, welche er Dynamiden nennt. Da die Absorption mit der Geschwindigkeit variiert, so schreibt er den Dynamiden eine Natur zu, welche in einer Verteilung der Elektrizität oder in einem elektrischen Felde besteht, dessen Stärke abnimmt, wenn wir uns weiter von dem Zentrum entfernen. Wenn dieses zutrifft, so haben wir in den Kurven, welche die Relation zwischen Absorption und Geschwindigkeit darstellen, ein Mittel, um zu finden, wie sich das elektrische Feld mit der Entfernung vom Zentrum ändert. Bevor wir hierzu übergehen, ist es nötig, etwas ausführlicher über die Dynamiden zu sprechen. Offenbar sieht Lenard dieselben als elektrisch neutral an, da sie Teile eines elektrisch neutralen Atoms sind. Er denkt, daß die einfachste Annahme über die Dynamiden die ist, daß sie elektrische Doppelpunkte von endlichem Moment sind. Das kann wahrscheinlich in Einklang gebracht werden mit den neuen Ansichten über die Konstitution des Atoms. Lord Kelvin, J. J. Thomsom und W. Voigt¹⁾ vertreten die Ansicht, daß der elektropositive Teil des Atoms in einer elektrischen Verteilung besteht, und daß die negativen Teilchen sich im Innern jener Verteilung befinden. W. Voigt verweist dabei auf einen Satz der Potentialtheorie, demzufolge positive und negative Elektrizität nur im Gleichgewicht sein können, wenn die eine punktförmig ist und innerhalb der anderen liegt.

Man kann sich vorstellen, wie das Kraftfeld in einem solchen Fall beschaffen sein könnte, indem man von den Kurven aus als Grundlage eine Theorie aufbaute, unter Zugrundelegung der Kelvinschen Annahme. (Oder man könnte von der Vorstellung Becquerels und Onnes' ausgehen, daß ein positives Elektron existiert von ähnlichen Eigenschaften wie das negative, nur daß die Ladung entgegengesetztes Zeichen hat, und unter dieser Annahme das Kraftfeld konstruieren.)

Aus den Kurven können wir ableiten, wie groß der Radius der Dynamiden sein muß, damit ein Elektron von gewisser Geschwindigkeit zurückgehalten wird. Auf diese Weise ist es

1) W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik p. 68.

möglich, die Stärke des elektrischen Feldes in einer gewissen Entfernung vom Zentrum zu bestimmen.

Es wird indessen gut sein, genauer zu sehen, inwieweit die experimentellen Resultate im allgemeinen mit den Lenard'schen Ansichten übereinstimmen, bevor wir uns nach dieser Richtung hin weiter vorwagen. Nach Lenard sollte der Grenzwert der Absorption für kleine Geschwindigkeiten gleich dem Gesamtquerschnitt der Moleküle in 1 cm^3 Gas bei 1 mm Hg-Druck sein. Ergibt sich, daß dies der Fall ist, so wird es gerechtfertigt sein, die Theorie in der oben zuerst vorgeschlagenen Richtung weiter zu entwickeln.

J. J. Thomson denkt, daß dieser Grenzwert der Absorption gleich ist $2/3l$, wo l die freie Weglänge eines sehr kleinen Teilchens ist, welches sich bei einem Druck von 1 mm Hg durch das Gas bewegt. Er betrachtet die Zusammenstöße zwischen den Kathodenstrahlteilchen und den Elektronen des Atoms, und für kleine Geschwindigkeiten zieht er nur die Zusammenstöße mit den Molekülen des Gases in Betracht. Die folgende Tab. XXIII gibt die Grenzwerte der Absorption für kleine Geschwindigkeiten, den Gesamtquerschnitt der Moleküle und $2/3l$, alles für einen Druck von 1 mm Hg, und für gewöhnliche Temperatur. Die mittlere freie Weglänge l ist natürlich $4\sqrt{2}$, multipliziert mit der freien Weglänge eines Moleküls des Gases selbst. Lenards Resultate sind ebenfalls in Betracht gezogen.

Tabelle XXIII.

Gas	Molekulargewicht	Gesamt-molekular-querschnitt	$\frac{2}{3l}$	Grenzwert der Absorption
H ₂	2	14,44	9,63	48
CO	28	28,58	19,05	34,6
N ₂	14	28,25	18,83	33,4
O ₂	16	26,56	17,71	30,8
Luft	29	27,61	18,41	30
Ar	40	26,70	17,8	28
CO ₂	44	40,89	27,26	34

Die Gesamtmolekularquerschnitte sind aus den von Jeans¹⁾ angegebenen Werten für die Reibungskoeffizienten der entsprechenden Gase berechnet nach der Formel

$$\eta = \frac{1}{3} \rho L V,$$

η = Reibungskoeffizient, ρ = Dichte, L = Mittlere freie Weglänge, V = Molekulargeschwindigkeit, berechnet aus der Formel

$$\frac{p}{\rho} = \frac{1}{3} V^2,$$

wo p der Druck ist.

Man sieht, daß diese Werte eine größere Übereinstimmung mit dem Maximalwerte der Absorption der Kathodenstrahlen zeigen, als die Werte 2/31, welche J. J. Thomsons Theorie ergibt. Wir schließen daraus, daß Lenards Theorie die wahrscheinlichere ist.

Es ist sonach gerechtfertigt, wenn wir die Durchmesser der Gasmoleküle aus den Werten der Absorption für langsame Strahlen berechnen. Zu diesem Zweck benutzen wir Plancks Bestimmung der Anzahl der Moleküle pro cm^3 . Da nun dieser Wert der Absorption gleich dem totalen Querschnitt der Moleküle in 1 cm^3 ist, so erhalten wir

$$Q = \frac{1}{4} n \pi s^2,$$

wo s = Durchmesser eines Moleküls. Diese Werte sind in der folgenden Tab. XXIV gegeben.

Tabelle XXIV.

Gas	Durchmesser eines Moleküls $s \times 10^8 \text{ cm}$
H ₂	3,87
O	2,59
N	3,50
CO	3,50
Ar	3,14
CO ₂	3,44

1) J. H. Jeans, Dynamics Theory of Gases.

Zusammenfassung.

1. Wenn ultraviolettes Licht auf eine Metallplatte im Vakuum fällt, so gehen Elektronen von derselben aus, deren Bahnen mit der Normalen verschiedene Winkel bilden.

2. Rieckes Theorie, gegründet auf die Annahme, daß die Emission von jedem Element innerhalb eines gewissen Kegels mit derselben Intensität stattfindet, reicht nicht aus zu einer vollkommenen Erklärung der Beobachtungen. Die Theorie steht im wesentlichen in Übereinstimmung mit der Beobachtung, wenn die Distanz der auffangenden Elektrode konstant gehalten und nur das Potential variiert wird. Das erklärt sich aus dem Umstand, daß dann der Konzentrationsfaktor nur sehr wenig mit dem Emissionswinkel veränderlich ist.

3. Die Emission ist eine Funktion des Ausgangswinkels an der Elektrode. Für kleine Werte desselben ist die Emission groß; sie nimmt ab, wenn der Winkel wächst. Die Emission ist bis zum Winkel von 75° verfolgt worden, es erscheint möglich, daß Emissionswinkel bis zu 90° existieren.

4. Aus der Untersuchung über die Ausbreitung der Kathodenstrahlen im magnetischen Feld ergibt sich, daß die Entfernung zwischen zwei Knoten ziemlich gut mit der aus der Rieckeschen Theorie berechneten stimmt. Im übrigen aber lassen sich die quantitativen Verhältnisse der von dem Faradaykäfing aufgenommenen Ladungen nur erklären, wenn die Ausbreitungsverhältnisse der Strahlen andere sind als in der Rieckeschen Theorie angenommen ist, wenn insbesondere der Grenzwinkel der Emission ein viel größerer ist.

5. Messungen über die Absorption der Kathodenstrahlen von verschiedener Geschwindigkeit wurden ausgedehnt auf die Gase Stickstoff, Sauerstoff und Kohlenoxyd, und die Lenardschen Messungen für Wasserstoff wiederholt. Mit Ausnahme von Wasserstoff wurde eine Bestätigung von Lenards Theorie gefunden, da die Grenzwerte der Absorption für kleine Geschwindigkeiten ziemlich gut mit dem Gesamtmolekularquerschnitte in 1 cm^3 der betreffenden Gase unter demselben Druck übereinstimmten. Aus diesen Werten der Absorption bei

kleinen Geschwindigkeiten wurden schließlich noch die Durchmesser der Gasmoleküle berechnet.

Vorliegende Arbeit ist im Physikalischen Institut der Universität Göttingen angefertigt. Die Anregung zu derselben verdanke ich Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Riecke, und es ist mir eine angenehme Pflicht, am Schlusse der Arbeit meinem hochverehrten Lehrer meinen herzlichsten Dank für die rege Teilnahme auszusprechen, die er stets an dem Fortgang der Arbeit genommen hat.

(Eingegangen 12. Dezember 1909.)

**7. Über die von einem beliebig
gestoßenen Elektron sich abspaltenden Wellen;
von Ludwig Silberstein.**

§ 1. In einer früheren Note¹⁾ habe ich kurz angedeutet, daß man aus den elektrodynamischen Kompatibilitätsbedingungen

$$(I) \quad (en)v = ve + c \nabla nm,$$

$$(II) \quad vm = c \nabla ne$$

auf die Beschaffenheit der *Wellen*²⁾ schließen kann, die sich bei einem plötzlichen Stoß eines Elektrons von dessen Oberfläche abschälen. Ich hatte damals eigentlich nur einen ganz besonderen Spezialfall im Sinne. Seitdem habe ich aber erkannt, daß sich dies Problem in seiner ganzen Allgemeinheit auf einfachste Weise, und zwar durch Anwendung reiner Vektoralgebra lösen läßt.

Die ganze Rechnung stellt sich für Unstetigkeiten von der zweiten und höheren Ordnung ebenso einfach, wie für die von der ersten Ordnung. Um jedoch die Ideen zu fixieren, wollen wir uns hier auf die *erste* Ordnung beschränken, d. h. also ein Elektron mit Volumladung voraussetzen, deren Dichte an seiner Oberfläche σ von einem endlichen Werte ϱ plötzlich auf Null herunterspringt. Demgemäß wird man in (I)

$$(I) \quad en = -\varrho$$

zu setzen haben. Ich erinnere übrigens, daß e den elektrischen, m den magnetischen Sprungvektor bedeutet, n die *äußere* Normale von σ (Einheitsvektor), v der Geschwindigkeitsvektor irgend eines Punktes von σ , ferner $v = vn$ und endlich c die (skalare) kritische Geschwindigkeit ist.

Der Vektor v kann für verschiedene $d\sigma$ im allgemeinen verschiedene Richtungen und Beträge haben. Trotzdem werden

1) L. Silberstein, Ann. d. Phys. 31. p. 436. 1910.

2) Dem hydrodynamischen Brauche folgend, nenne ich kurzweg „Welle“ eine *sich fortpflanzende* (d. h. nicht stationäre) *Unstetigkeitsfläche*.

wir aber, der Kürze halber, von der *Geschwindigkeit* v des *Elektrons* sprechen. Übrigens, wie leicht zu erkennen, werden sich unsere sämtlichen Formeln auf je ein einzelnes Flächenelement beziehen.

§ 2. *Fundamentale Eigenschaften der Wellen selbst.* — Hat sich eine Welle von der Elektronenoberfläche abgelöst, so ist sie fortan rein transversal und pflanzt sich in Richtung ihrer eigenen Normalen mit der Geschwindigkeit c fort. Des folgenden wegen will ich, mit kurzen Symbolen, eine *äußere*, d. h. nach $+n$, und eine *innere*, nach $-n$ wandernde Welle unterscheiden. Für die erstere seien die beiden Sprungvektoren e_a, m_a , für die letztere e_i, m_i ; die Wellen selbst, als Flächen, mögen mit σ_a , bzw. mit σ_i bezeichnet werden.

Bei dieser Bezeichnungsweise wird also, für jedes $d\sigma_a$, bzw. $d\sigma_i$, wie ich schon mehrmals ausgeführt habe:

$$(2) \quad \begin{cases} e_a = V m_a n, & m_a = V n e_a, \\ e_i = -V m_i n, & m_i = -V n e_i. \end{cases}$$

Hiermit will ich durchaus nicht von vornherein behaupten, daß sich bei einem jeden Elektronenstoß eben *zwei* Wellen, eine nach außen, die andere nach innen, abspalten; dies wird sich vielmehr erst aus dem Folgenden *ergeben*. Sollte es nur *eine* Welle sein, so würden für die Sprungvektoren der anderen Nullwerte folgen.

Die Beziehungen (2) für Wellen *erster* Ordnung flossen aus den identischen Bedingungen usw. von eben derselben Ordnung. Außerdem folgte aber (l. c.) aus den Bedingungen *zweiter* Ordnung die *zeitliche Invarianz der vektoriellen Ausdrücke*

$$(3a) \quad e_a \sqrt{d\sigma_a}, \quad m_a \sqrt{d\sigma_a}$$

und ebenso

$$(3i) \quad e_i \sqrt{d\sigma_i}, \quad m_i \sqrt{d\sigma_i}.$$

Hat man also e_a usw. im Augenblicke der Abspaltung, d. h. im Augenblicke des Stoßes, bei gegebener Elektronenoberfläche, gefunden, so kann man sie auch für alle späteren Zeiten sofort hinschreiben. Das wesentliche Problem bezieht sich also auf jenen Augenblick allein.

§ 3. *Beschaffenheit der Wellen in ihrer Abhängigkeit von dem Elektronenstoß.* — Im Augenblicke $t_0 = 0$ möge die Be-

wegung des betrachteten Elektrons irgend eine *plötzliche* Änderung erfahren, indem seine (wie oben verstandene) Geschwindigkeit von v auf v' springt.

Man bezeichne die Sprungvektoren an der Elektronenoberfläche selbst kurz *vor* dem Stoß mit

$$e, m$$

und kurz *nach* dem Stoß mit

$$e', m'.$$

Bis dicht an t_0 herrscht Kompatibilität¹⁾, also ist nach (I) und (1)

$$(4) \quad e = \frac{e}{c^2 - v^2} (v v - c^2 n), \quad m = \frac{c}{v} V n e;$$

sofort nach t_0 stellt sich wieder Kompatibilität ein, also ist:

$$(4') \quad e' = \frac{e}{c^2 - v'^2} (v' v' - c^2 n), \quad m' = \frac{c}{v'} V n e'.$$

Von den sich abspaltenden Wellen (wenn es wirklich zwei sind) können wir vorderhand nur wissen, daß die *Summe* ihrer elektrischen Sprungvektoren der Differenz von e und e' gleich ist, d. h.

$$(5) \quad e_a + e_i = e - e'.$$

Dies genügt aber zur Bestimmung von e_a, e_i nicht. Um eine zweite Gleichung zu erhalten, brauchen wir aber nur die erste und dritte der Beziehungen (2) zu berücksichtigen; diese liefern zunächst

$$e_a - e_i = V(m_a + m_i) n,$$

und da $m_a + m_i = m - m'$ ist:

$$(6) \quad e_a - e_i = V(m - m') n.$$

Aus (5) und (6) folgt

$$(7) \quad e_a = \frac{1}{2} \{e - e' + V(m - m') n\},$$

$$(8) \quad e_i = \frac{1}{2} \{e - e' - V(m - m') n\},$$

und da e, e', m, m' bekannt sind, so haben wir hier eigentlich schon die Lösung unseres Problems; denn m_a, m_i folgen aus e_a, e_i unmittelbar nach (2).

1) Seit wie lange ist hier ohne Belang, da ja etwaige bei früheren Stößen sich abgelösten Wellen sich mit den hier zu betrachtenden einfach superponieren würden.

Um jedoch dem gewonnenen Resultat eine übersichtliche Form zu geben, wollen wir in (7), (8) alles durch v , v' ausdrücken, also durch diejenigen Vektoren, welche den Stoß vollständig charakterisieren.

Hierzu brauchen wir nur die vier Vektoren e , \dots m' aus (4), (4') einzusetzen. Ordnen wir dann die Terme in (7), (8) nach n , v , v' , so erhalten wir zunächst:

$$(9) \quad e_a = \frac{e}{2(c-v)(c-v')} \{n \cdot c(v'-v) + v(c-v') - v'(c-v)\},$$

$$(10) \quad e_i = \frac{e}{2(c+v)(c+v')} \{n \cdot c(v-v') - v(c+v') + v'(c+v)\}.$$

Da aber $v = vn$, $v' = v'n$, so kann man den eingeklammerten Ausdrücken eine etwas elegantere Form verleihen; benutzt man nämlich die bekannte Identität

$$VAVBC = B(CA) - C(AB),$$

so wird

$$vv - vv' = VnVv'v \quad \text{und} \quad v - v' - n(v-v') = VnVn(v'-v).$$

Man erhält also für den elektrischen Sprungvektor der äußeren Welle:

$$(III) \quad e_a = \frac{e}{2(c-v)(c-v')} Vn \{Vv'v + cVn(v'-v)\} = f(v, v').$$

Den Sprungvektor für die *innere* Welle brauchen wir eigentlich nicht mehr auszuschreiben; denn, wie man bereits aus (9) und (10) sieht, ergibt sich e_i aus e_a , falls man das Vorzeichen sowohl von v als auch von v' umkehrt; es genügt also, dies kurz durch die Formel

$$(IV) \quad e_i = f(-v, -v')$$

anzudeuten. Übrigens hat der Vektor

$$-VnVn(v'-v) = T$$

eine einfache geometrische Bedeutung; er gibt nämlich, der Größe und Richtung nach, den *tangentiellen Teil*¹⁾ des *Geschwindigkeitssprunges* $v'-v$. Man kann also füglich anstatt (III) schreiben:

$$(III) \quad e_a = \frac{1}{2} e \frac{VnVv'v - cT}{(c-v)(c-v')} = f(v, v'),$$

1) Ich sage absichtlich „Teil“ (nicht Komponente), weil T ein Vektor ist.

und nach (IV):

$$(IV) \quad e_i = \frac{1}{2} \varrho \frac{V n V v' v + c T}{(c + v)(c + v')} = f'(-v, -v').$$

Dies sind bereits verhältnismäßig einfache Formeln. Noch etwas einfacher stellen sich die magnetischen Sprungvektoren der beiden Wellen dar. Nach (2) ist nämlich für die äußere Welle $e_a = V m_a n$; vergleicht man dies mit der rechten Seite von (III) und bedenkt man, daß m_a keine Normalkomponente besitzt, so folgt:

$$(V) \quad m_a = -\frac{1}{2} \varrho \frac{V v' v + c V n (v' - v)}{(c - v)(c - v')}$$

und ebenso für die innere Welle:

$$(VI) \quad m_i = +\frac{1}{2} \varrho \frac{V v' v - c V n (v' - v)}{(c + v)(c + v')}.$$

Die Formeln (III) bis (VI), in Gemeinschaft mit den Invarianten (3a), (3i) enthalten die vollständige Lösung des oben formulierten Problems. Denn, wie ich ausdrücklich betonen möchte, stellte ich mir durchaus nicht die Aufgabe, die sogenannte „Wellenzone“ zu erforschen, sondern nur ihre beiden Grenzflächen, d. h. die eigentlichen *Wellen* σ_a, σ_i . Eine allgemeine Untersuchung über die „Wellenzone“ selbst, die bis jetzt nur in ganz besonderen Fällen und unter vereinfachenden Annahmen, namentlich von P. Hertz¹⁾ erledigt wurde, würde zweifellos ein sehr verlockendes Problem bilden. Doch, abgesehen von dessen Schwierigkeit, werde ich dasselbe hier schon deshalb nicht berühren, weil ich unter grundsätzlicher Vermeidung aller Integrationsprozesse eruieren wollte, was sich eben mit den Kompatibilitätsbedingungen allein erzielen läßt.

Ein Blick auf die Formeln (III) bis (VI) lehrt, daß bei einer Vertauschung der Geschwindigkeiten v, v' , d. h. bei einer Umkehrung des Stoßes, die Beträge sämtlicher Sprungvektoren e_a, \dots, m_i erhalten bleiben, ihre Richtungen aber sich umkehren.

Dies stimmt überein mit der unmittelbaren Konsequenz des Vertauschungsgesetzes der Feldstärken, welches P. Hertz (l. c., p. 32) für den besonderen Fall gleichgerichteter v, v' erhalten hat.

1) P. Hertz, Untersuchungen über unstetige Bewegungen eines Elektrons, Göttinger Dissert. 1904. Etwas später und komplizierter aber auch vollständiger wie bei Hertz wurde dieser Gegenstand von Sommerfeld behandelt; Göttinger Nachr. 1905, Heft 3.

Ferner sieht man aus (III), (IV), daß, wo die Geschwindigkeiten v , v' *rein tangentiell* sind, die elektrischen Sprungvektoren in die Richtung des Vektors T , d. h. des tangentiellen Teiles des Sprunges $v' - v$ fallen, indem sich dann die Ausdrücke bedeutend vereinfachen. Die magnetischen Sprünge brauchen nicht explizite berücksichtigt zu werden, da man von ihnen ein für allemal weiß, daß sie transversal und zu den elektrischen normal sind und entsprechend dieselben Beträge haben. Deshalb soll im folgenden nur von den elektrischen Sprungvektoren die Rede sein.

Die zuletzt erwähnte Vereinfachung tritt auch offenbar im besonderen ein, wenn schon $Vv'v$ selbst verschwindet, d. h. wenn v , v' *gleich- oder entgegengesetzt gerichtet* sind. Hierzu ist es natürlich durchaus nicht nötig, daß beide Bewegungen des Elektrons, vor und nach dem Stoße, rein translatorisch seien; sie dürfen wohl auch rotatorisch sein, nur müssen dann die Rotationsachsen zusammenfallen.

Zur Illustration der oben aufgestellten allgemeinen Formeln sollen hier einige Beispiele folgen. Für dieselben soll der Einfachheit halber durchweg vorausgesetzt werden, daß es sich um ein *starres, kugelförmiges* Elektron handelt. Die sphärische Form gestattet nämlich eine besonders einfache Anwendung der früher gefundenen Invarianten.

§ 4. *Beliebiger Stoß eines kugelförmigen Elektrons.* — Ist der (skalare) Radius des Elektrons gleich R und versteht man nunmehr unter e_a , e_i die Sprungvektoren zu *irgend einer Zeit t nach dem Stoße*, so hat man nach (III), (IV), wegen der Invarianz der Ausdrücke $e_a \sqrt{d\sigma_a}$, $e_i \sqrt{d\sigma_i}$ und wegen der Proportionalität von $\sqrt{d\sigma_a}$, $\sqrt{d\sigma_i}$ zu den augenblicklichen Radien r_a , r_i der äußeren, bzw. der inneren Kugelwelle:

$$(VII) \quad e_a = \frac{R}{r_a} f(v, v') = \frac{1}{2} \frac{R}{r_a} \varrho \frac{Vn Vv'v - cT}{(c-v)(c-v')},$$

$$(VIII) \quad e_i = \frac{R}{r_i} f(-v, -v').$$

Wegen der vorausgesetzten Starrheit des Elektrons sind die allgemeinsten Ausdrücke für v , v' :

$$v = v_0 + R V \omega n, \quad v' = v'_0 + R V \omega' n,$$

wo v_0 , v_0' , die Translationsgeschwindigkeiten, und ω , ω' , die Drehungsgeschwindigkeiten, für die ganze Elektronenoberfläche konstante Vektoren sind. Diese Ausdrücke hat man, im allgemeinsten Falle, in (VII), (VIII) einzusetzen, wobei es ratsam ist, diejenigen Punkte der Kugelfläche R zu bevorzugen, in welchen diese von den Strahlen v_0 , v_0' , ω , ω' getroffen wird. Es wird aber besser sein, die Substitution erst in je einem besonderen Beispiel zu realisieren.

Bemerkenswert ist vor allem, daß die Beträge der elektrischen, und folglich auch der magnetischen, Sprungvektoren der ersten Potenz der Entfernung (r_a bzw. r_i) vom Punkte O , mit welchem der Elektronenmittelpunkt im Augenblicke des Stoßes zusammenfällt, umgekehrt proportional sind. Und zwar gilt dies für alle Zeiten nach dem Stoße.

Da wir die Zeit t vom Augenblick des Stoßes rechnen, so ist für die äußere Welle

$$(11) \quad r_a = R + ct$$

und für die innere

$$(12) \quad r_i = R - ct.$$

Die äußere Welle bietet weiter keine Schwierigkeit, mag t irgendwelche positiven Werte annehmen. Sie schwillt einfach unaufhörlich mit Lichtgeschwindigkeit an.

Anders ist es mit der inneren Kugelwelle. Diese kontrahiert sich mit Lichtgeschwindigkeit von $t=0$ bis $t=R/c$. In diesem singulären Zeitpunkte

$$(13) \quad \tau = \frac{R}{c}$$

ist sie aber bereits zu einem Punkte zusammengeschrumpft, nämlich dem Punkte O . Dadurch verliert dann die Formel (VIII) ihren Sinn; nicht gerade deshalb weil sie $r_i = \infty$ liefern würde, sondern weil in O sich alle möglichen Richtungen n zusammendrängen, so daß die Richtung von e_i unendlich vieldeutig wäre. Man kann also, auf Grund der obigen Betrachtungen allein, nicht über den Zeitpunkt τ hinaus — wenigstens sehe ich einen strengen Weg hierzu nicht.¹⁾ Es liegt aber der Ge-

1) Der nämlichen Schwierigkeit würde man übrigens bei der zeitlichen Verfolgung irgend einer Welle begegnen, die sich nach ihrer konkaven Seite hin fortpflanzt.

danke nahe, sich von der sonstigen Invarianz von $e_i \sqrt{d\sigma_i}$ für ein jedes $d\sigma_i$ leiten zu lassen und die Vermutung aufzustellen, daß sofort nach dem kritischen Augenblick τ ein jedes Wellenelement $d\sigma_i$ mit dem unveränderten Werte von $e_i \sqrt{d\sigma_i}$ auf der diametral entgegengesetzten Seite wieder auftaucht, wie dies die

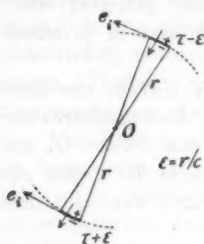


Fig. 1.

nebenstehende Zeichnung (Fig. 1) veranschaulichen soll — gleichsam als hätte sich die ganze Kugelfläche umgewendet. Es ist dies freilich nur eine intuitive Vermutung; wir werden aber weiterhin sehen, daß ihre Konsequenzen mit anderwärts erhaltenen Resultaten in vollem Einklang sind.

Entschließt man sich zu dieser Annahme, so bietet fortan die Verfolgung des Schicksals der inneren Welle keine

Schwierigkeiten. Von $t = \tau$ an schwillt sie normal mit Lichtgeschwindigkeit an, so daß man für jedes $t > \tau$:

$$(12'') \quad r_i = c(t - \tau) = ct - R$$

hat. Nur muß man immer im Sinne behalten, daß ein jedes $d\sigma_i$, welches zur Zeit $t > \tau$ eine gegebene Lage auf der Kugelwelle einnimmt, zur Zeit $t < \tau$ die diametral entgegengesetzte Lage hatte, so daß man das Vorzeichen des in der Funktion $f(-v, -v')$ vorkommenden Vektors n sofort nach dem Augenblick τ überall umzukehren hat. So ist z. B. in den weiterhin zu betrachtenden axial-symmetrischen Fällen die Poldistanz θ , beim Überschreiten des kritischen Zeitpunktes, durch $\theta + \pi$ zu ersetzen.

Die Dicke der von den beiden Wellen σ_a, σ_i begrenzten Kugelschicht, die wir provisorisch *Wellenschicht*¹⁾ nennen können, wächst, nach (11), (12), vom Augenblick des Stoßes bis τ , allmählich, nämlich mit doppelter Lichtgeschwindigkeit, von Null

1) Ich vermeide hier absichtlich den P. Hertzschen Ausdruck „Wellenzone“, da ich vermute, daß meine Wellenschicht für $t < \tau$ etwas ganz anderes bedeutet, als die Hertzsche „Wellenzone“; von einer etwaigen inneren Begrenzung der letzteren für $t < \tau$ ist bei Hertz überhaupt nicht die Rede; vgl. p. 63, kursiv, l. c. Nur für $t \geq \tau$ decken sich diese Begriffe.

bis $2R$, welch letzteren Wert sie fortan ungeändert beibehält.

Ob und wann sich das Elektron von dieser Wellenschicht frei macht, hängt von dem translatorischen Teil seiner neuen Geschwindigkeit für alle positiven t ab, und kann deshalb erst bei den speziellen Beispielen erörtert werden.

§ 5. *Gerader Translationsstoß.* — Es seien v, v' gleich- (oder entgegengesetzt) *gerichtete* für das ganze Elektron konstante Vektoren. Alsdann verschwindet in (VII) das Glied $V_n V v' v$ und man hat

$$(14) \quad e_a = -\frac{1}{2} \varrho \frac{R}{r_a} \cdot \frac{c T}{(c-v)(c-v')},$$

$$(15) \quad e_i = -\frac{1}{2} \varrho \frac{R}{r_i} \cdot \frac{c T}{(c+v)(c+v')}.$$

Hierin ist nun

$$v = i \cdot c \beta, \quad v' = i \cdot c \beta'$$

zu setzen, wo i ein konstanter Einheitsvektor ist, während β, β' zwei skalare Konstanten bedeuten. Bezeichnet man noch den Winkel i, n oder die „Poldistanz“ mit θ , so ist

$$v = c \beta \cos \theta, \quad v' = c \beta' \cos \theta$$

und T ist der tangentielle Teil von $i \cdot c(\beta' - \beta)$ oder

$$T = -\eta \cdot c(\beta' - \beta) \sin \theta,$$

wo η den *meridionalen*, im Sinne *wachsender* θ genommenen Einheitsvektor bedeutet. Man erhält also:

$$(16) \quad e_a = -\frac{1}{2} \varrho \frac{R}{r_a} \frac{(\beta' - \beta) \sin \theta}{(1 - \beta \cos \theta)(1 - \beta' \cos \theta)} \eta, \quad \text{für jedes } t > 0.$$

$$(17) \quad e_i = -\frac{1}{2} \varrho \frac{R}{r_i} \frac{(\beta' - \beta) \sin \theta}{(1 + \beta \cos \theta)(1 + \beta' \cos \theta)} \eta, \quad \text{für } \tau > t > 0.$$

Für $t > \tau$ ist in der letzteren Formel, nach § 4, θ durch $\theta + \pi$ zu ersetzen; es ergibt sich also:

$$(17') \quad e_i = \frac{1}{2} \varrho \frac{R}{r_i} \frac{(\beta' - \beta) \sin \theta}{(1 - \beta \cos \theta)(1 - \beta' \cos \theta)} \eta, \quad \text{für } t > \tau,$$

d. h. ein Ausdruck, der sich von (16) nur dadurch unterscheidet, daß r_i an Stelle von r_a tritt.

Auf beiden Kugelwellen sind also die e -Linien lauter *Meridiankreise* und demgemäß die m -Linien lauter *Parallel-*

kreise. Was die physikalische Bedeutung der Vektoren e anbelangt, so ist nach den identischen Bedingungen $\nabla n e = [\text{curl } E]$, so daß letzterer Vektor den Parallelkreisen folgt. Nach den kinematischen Kompatibilitätsbedingungen ist ferner, was in der Folge benutzt werden soll:

$$(18) \quad \left[\frac{\partial E}{\partial t} \right]_a = -c e_a,$$

$$(19) \quad \left[\frac{\partial E}{\partial t} \right]_i = +c e_i, \quad \text{für } 0 < t < \tau,$$

und

$$(19') \quad \left[\frac{\partial E}{\partial t} \right]_i = -c e_i, \quad \text{für } t > \tau.$$

Hierin hat man bzw. (16), (17) und (17') einzusetzen.

Führt man die Bezeichnung

$$(20) \quad f(\theta) = f(\theta + 2\pi) = \frac{1}{2} q \frac{(\beta - \beta') \sin \theta}{(1 - \beta \cos \theta)(1 - \beta' \cos \theta)} \eta$$

ein, so kann man kurz schreiben:

$$(21) \quad \left[\frac{\partial E}{\partial t} \right]_a = -c \frac{R}{r_a} f(\theta), \quad t > 0,$$

$$(22) \quad \left[\frac{\partial E}{\partial t} \right]_i = +c \frac{R}{r_i} f(\theta + \pi), \quad 0 < t < \tau,$$

$$(22') \quad \left[\frac{\partial E}{\partial t} \right]_i = -c \frac{R}{r_i} f(\theta), \quad t > \tau.$$

§ 6. *Verifikation der letzteren Formeln.* — Im Falle des in § 5 betrachteten Stoßes hat P. Hertz (l. c. p. 33) für die elektrische Kraft in der „Wellenzone“ einen Ausdruck gefunden¹⁾, der bei unserer Bezeichnungsweise und in rationalen Einheiten²⁾ lautet:

$$E = \frac{1}{4} q \frac{(\beta - \beta') \sin \theta}{(1 - \beta \cos \theta)(1 - \beta' \cos \theta)} \{R^2 - (ct - r)^2\} \eta,$$

d. h. unter Benutzung des kurzen Symbols (20):

$$(H) \quad E = \frac{1}{2} f(\theta) \frac{R^2 - (ct - r)^2}{r}.$$

Dieser mittels Integrationsprozesse erhaltene Ausdruck gilt erst, nachdem sich die „Wellenzone“ von der Stoßstelle „unendlich entfernt hat“, d. h. also für sehr große Werte von t/τ .

1) Vgl. übrigens M. Abrahams Theorie d. Elektr. 2. p. 229. 1. Aufl.

2) So daß sein q dem unseren $q/4\pi$ gleich ist.

Aus (H) folgt nun

$$\frac{\partial E}{\partial t} = c f(\theta) \frac{r - ct}{r},$$

also wegen (11) und (12'), da ja $t > \tau$ ist:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial t} \right)_a = c \frac{R}{r_a} f(\theta), \quad \left(\frac{\partial E}{\partial t} \right)_i = -c \frac{R}{r_i} f(\theta).$$

Nun ist nach der Hertz'schen Voraussetzung das Feld dicht an der konkaven Seite der Kugel r_i und außerhalb der Kugel r_a zu vernachlässigen; erinnert man sich also, daß wir die Sprünge \square immer in der Richtung n positiv gerechnet haben, so folgt

$$\left[\frac{\partial E}{\partial t} \right]_a = -c \frac{R}{r_a} f(\theta), \quad \left[\frac{\partial E}{\partial t} \right]_i = -c \frac{R}{r_i} f(\theta),$$

also genau unser obiges Formelpaar (21), (22').

§ 7. *Bewegung mit Lichtgeschwindigkeit, plötzlich aus der Ruhe entstanden.* — Diesen besonders interessanten Fall, dessen energetische und dynamische Seite ebenfalls von P. Hertz¹⁾ studiert wurden, erhält man aus den allgemeineren Formeln des § 5, indem man hierin

$$\beta = 0, \quad \beta' = 1$$

setzt. Die Sprungvektoren sind dann

$$(23) \quad e_a = \frac{1}{2} \varrho \frac{R}{r_a} \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \eta \text{ usw.}$$

Für $t > \tau$ ist, wie auch im allgemeineren Falle, nach (16), (17'):

$$(24) \quad r_a e_a = r_i e_i \quad (t > \tau).$$

Bei der Betrachtung des singulären Verhaltens der Sprungvektoren (23) in den Punkten $\theta = 0$ und $\theta = \pi$, ist zu berücksichtigen, daß die sonst sich abspaltenden Wellen σ_a , σ_i in den fraglichen Punkten die Elektronenoberfläche σ berühren, nämlich σ_a im vorderen und σ_i im hinteren Pol des Elektrons.

Bleibt β' für jedes $t > 0$ konstant gleich 1, so hat man nach dem Stoß eine dauernde, *gleichförmige* Bewegung des Elektrons mit Lichtgeschwindigkeit, und die erwähnte Be-

1) P. Hertz, Physik. Zeitschr. 5. p. 109—113.

rührung hört nicht mehr auf. Die erste der nachstehenden Zeichnungen (Fig. 2a) stellt die Sachlage vor dem kritischen Zeitpunkt τ dar, nämlich für $t = \frac{1}{2}\tau$; das Elektron bewegt sich im Sinne BA . Für $t = \tau$ wird die Kugelwelle σ_i zu einem Punkte, nämlich dem hinteren Pol B zusammenschrumpfen, um alsbald wieder an der Außenseite des Elektrons aufzutreten und fortan beständig anzuschwellen, wie dies z. B. für $t = \frac{3}{2}\tau$ aus der Fig. 2b ersichtlich ist. Wird t sehr groß im Vergleich mit $\tau = R/c$, so hat man (Fig. 2c) zwei ebene Un-

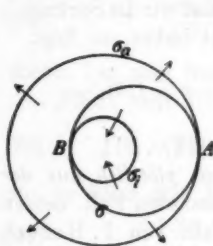


Fig. 2a.

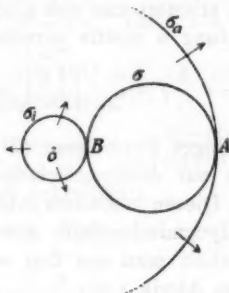


Fig. 2b.

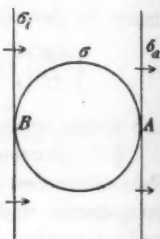


Fig. 2c.

stetigkeitswellen, die das Elektron in seinen beiden Polen berühren. Dann wird das Feld (in bezug auf das Elektron) mit jeder Annäherung stationär, und man versteht jetzt ohne weiteres, wie die zur Aufrechterhaltung der Lichtgeschwindigkeit des Elektrons nötige äußere Kraft für große Werte von t/τ verschwindend klein wird.

§ 8. *Drehstoß*. — Die alte und die neue Bewegung des kugelförmigen Elektrons mögen in reinen Rotationen um dieselbe Achse i bestehen; die Winkelgeschwindigkeit ändere sich sprunghaft von $\bar{\omega}$ zu $\bar{\omega}'$ (i -Einheitsvektor, $\bar{\omega}, \bar{\omega}'$ skalare Größen). Alsdann ist in (VII), (VIII)

$$v = R \bar{\omega} V i n, \quad v' = R \bar{\omega}' V i n$$

zu setzen, so daß $V v' v = 0$ und $b = b' = 0$ wird, also

$$e_a = -\frac{q}{2} \frac{R}{r_a} \frac{T}{c}.$$

Es bedeutet aber T den tangentiellen Teil von $v' - v$, d. h. in unserem Falle einfach $v' - v$, so daß

$$T = R(\bar{\omega}' - \bar{\omega}) \sin \theta \cdot q,$$

wo q der an den Parallelkreis tangentielle Einheitsvektor ist, dessen Sinn man ohne weiteres angeben kann. Es folgt also, für alle positiven Zeiten:

$$(25) \quad e_a = -\frac{1}{2} \varrho \frac{R}{r_a} \cdot \frac{R(\bar{\omega}' - \bar{\omega})}{c} \sin \theta \cdot q,$$

und ebenso

$$(26) \quad e_i = \pm \frac{1}{2} \varrho \frac{R}{r_i} \frac{R(\bar{\omega}' - \bar{\omega})}{c} \sin \theta \cdot q,$$

wo das obere Zeichen für $0 < t < \tau$ und das untere für $t > \tau$ gilt. Die e -Linien sind lauter Parallelkreise und folglich die m -Linien lauter Meridiankreise.

In diesem Falle befreit sich das Elektron gänzlich von den beiden Wellen, also auch von der „Wellenzone“, bereits im Augenblicke $2\tau = 2R/c$, so daß die zur Aufrechterhaltung der neuen Drehungsgeschwindigkeit ω' nötige äußere Drehkraft nur von $t = 0$ bis $t = 2\tau$ andauert.¹⁾

Die naheliegende Deutung der Formeln (25), (26), besonders für $t = 0$, d. h. für $r_a = r_i = R$, überlasse ich dem Leser, und will hier, zum Schluß, nur noch eine mögliche weitere Anwendung der allgemeineren Formeln des § 4 andeuten.

§ 9. *Infinitesimaler Stoß eines Kugelektrons.* — Ist die Geschwindigkeitsänderung infinitesimal, also etwa

$$v' - v = \delta v,$$

so hat man in (VII)

$$V v' v = V(v + \delta v) v = -V v \delta v$$

einzusetzen. Ferner ist dann T der tangentielle Teil von δv und kann füglich mit $\delta_T v$ bezeichnet werden. Schließlich wird $(c - v)(c - v') = (c - v)^2$, also, wenn man jetzt für den infinitesimalen Sprungvektor δe anstatt e schreibt:

$$(27) \quad \delta e_a = -\frac{\varrho R}{2 r_a} \cdot \frac{V v \delta v + \delta_T v}{(c - v)^2},$$

1) Hierzu vgl. man G. F. C. Searle, Physik. Zeitschr. 9. p. 878.

und ebenso

$$(28) \quad \delta e_i = - \frac{q R}{2 r_i} \cdot \frac{V v \delta v - \delta T v}{(c + v)^2},$$

wobei man die oben besprochene Modifikation beim Überschreiten des kritischen Zeitpunktes nicht zu vergessen hat.

Diese Ergebnisse könnten vielleicht bei der Betrachtung von Fällen *stetig beschleunigter* Bewegung eines Elektrons von Nutzen sein; denn eine solche läßt sich als Limes einer Reihe sukzessiver kleiner Stoßbewegungen auffassen. Beispiele solcher Art muß ich auf spätere Veröffentlichungen verschieben.

Warschau, im Januar 1910.

(Eingegangen 20. Januar 1910.)

8. *Apparat zum Studium der Interferenz
des Schalles;*
von E. Waetzmann.

In Band 17 dieser Zeitschrift ist von H. Rubens und O. Krigar-Menzel eine „Flammenröhre für akustische Beobachtungen“¹⁾ beschrieben worden, welche sich sowohl für eine eingehende Untersuchung von Klängen eignet, als auch zu den schönsten Demonstrationsapparaten gehört, welche die Akustik kennt. Das Prinzip der Rubensschen Schallröhre läßt sich auch zum Nachweis der Interferenz des Schalles benutzen.

Gelegentlich der Ausarbeitung einer Methode zur Prüfung der Hörschärfe, die auf den Erscheinungen der Interferenz beruht, benutzte ich die bekannte Anordnung, daß ein Ton in einem Hauptrohr entlang geleitet wird, welches mit einer oder mehreren seitlichen Nebenröhren versehen ist, die durch verschiebbare Stempel verschlossen sind. Kombiniert man diese Anordnung mit der Rubensschen Schallröhre, so hat man damit einen Apparat, an dem die Interferenz des Schalles in objektiver Weise sowohl für Studien — als auch für Demonstrationszwecke nachweisbar ist.

Zu diesen Versuchen wurden drei gußeiserne Rohrstücke benutzt, die in ein T-Stück eingeschraubt werden. Das Hauptrohr, worunter die beiden in einer Richtung liegenden Rohrstücke zu verstehen sind, war $3\frac{1}{2}$ m, das Nebenrohr $1\frac{1}{2}$ m lang; der innere Durchmesser der Rohre betrug 5 cm. Die

1) H. Rubens u. O. Krigar-Menzel, Ann. d. Phys. 17. p. 149. 1905; H. Rubens, Verh. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 6. p. 351. 1904; O. Krigar-Menzel, ebenda, p. 356.

Angriffsstelle des Nebenrohres lag in $1\frac{1}{2}$ m Entfernung von dem einen, vorderen, Ende des Hauptrohres. Beide Rohre waren auf den höchstgelegenen Seitenlinien mit Lochreihen versehen; der Abstand der einzelnen Löcher betrug $1\frac{1}{2}$ cm, ihr Durchmesser $1\frac{1}{2}$ mm. Das vordere Ende des Hauptrohres war durch eine dünne Gummimembran verschlossen, das andere Ende durch einen verschiebbaren Stempel. Die Stempelstange von etwa 1 m Länge geht durch eine Verschußplatte am Ende des Rohres, in welche eine Stopfbüchse eingesetzt ist, wodurch ein genügend dichter Abschluß erreicht wird. In derselben Weise ist das Nebenrohr durch einen verschiebbaren Stempel verschlossen; hier ist die Stempelstange aber so lang, daß der Stempel bis unmittelbar an das Hauptrohr herangeschoben werden kann. Beide Stempel sind mit cm-Teilung versehen. Haupt- und Nebenrohr sind auf den den Lochreihen entgegengesetzten Seiten mit Ansatzröhren für die Gaszuführung versehen. Das aus den Lochreihen ausströmende Gas wird entzündet und die Gaszufuhr so reguliert, daß die Flämmchen etwa 1 cm hoch sind. Das benutzte Versuchsrohr ist zwar seiner Schwere wegen etwas unhandlich, hat aber den Vorzug großer Billigkeit, da es ein Rohr ist, wie es zu Gasleitungen verwendet wird. Die verhältnismäßig große Dicke der Rohrwände, durch welche die Empfindlichkeit des Apparates herabgedrückt wird, stört auch nicht, da für die Interferenzversuche größtmögliche Empfindlichkeit durchaus nicht erforderlich ist.

Schiebt man zunächst den Stempel des Nebenrohres bis dicht an das Hauptrohr heran, so hat man es einfach mit einer Rubensschen Schallröhre zu tun. Läßt man vor der Gummimembran eine Tonquelle¹⁾, z. B. eine Lippenpfeife, ertönen, so bilden sich in dem Hauptrohr stehende Wellen aus, welche durch die verschiedene Höhe und Helligkeit der einzelnen Flämmchen sichtbar werden. Es zeigten sich hierbei je nach den verschiedenen Bedingungen alle von Rubens und Krigar-Menzel beschriebenen Erscheinungen. Gearbeitet

1) Bei der angegebenen Rohrlänge ist es, wie auch schon Rubens betont, notwendig, höhere Töne, von mehreren hundert Schwingungen an, zu verwenden.

wurde hauptsächlich unter den von diesen Autoren als „zweiter Zustand“ bezeichneten Verhältnissen, wobei die Helligkeitsmaxima an den Bäuchen der Bewegung liegen, während an den Knoten der Bewegung, also an den Stellen stärkster Druckschwankung, die Flämmchen ganz niedrig werden und mit blauer Farbe ohne die hellen gelben Köpfchen brennen. Ein Oszillieren der Flammen ist in diesem zweiten Zustande nicht zu konstatieren.

Wird jetzt der Stempel des Nebenrohres um ein Stück gleich einer Viertelwellenlänge des vor der Membran erregten Tones von dem Hauptrohr entfernt, so bleiben die Flammenbilder in dem vorderen (der Membran zugewandten) Teil des Hauptrohres und in dem Seitenrohr in tadelloser Schärfe erhalten, während sie in dem zweiten Teile des Hauptrohres völlig verschwinden; hier brennen die Flämmchen jetzt alle helleuchtend in *gleichmäßiger* Höhe, und zwar unter etwas erhöhtem Druck. Ein Verschieben des Stempels im Hauptrohre ändert an diesem Zustande nichts. Genau dasselbe Bild erhält man, wenn der Stempel des Nebenrohres um 3, 5, . . . Viertelwellenlängen von dem Hauptrohre entfernt wird. Auf diese Weise kann die Interferenz des Schalles auf das deutlichste gezeigt werden. Ein Vorzug des beschriebenen Versuches scheint mir auch darin zu liegen, daß an den Flammenbildern des Nebenrohres die Größe des hervorgerufenen Gangunterschiedes sichtbar ist.

Einen zweiten Haupttypus der an dem Apparat zu beobachtenden Erscheinungen erhält man, wenn der Stempel des Nebenrohres um 1, 2, 3, . . . Halbwellen herausgezogen wird. Jetzt ist die Stellung des Stempels in dem Hauptrohre nicht mehr gleichgültig. Steht er so, daß von ihm aus gerechnet in dem Hauptrohre an der Ansatzstelle des Nebenrohres ein *Knoten* der Bewegung liegt, so sind, wie zu erwarten war, die Flammenbilder in Haupt- und Nebenrohr in voller Schärfe ausgeprägt. Von dem Stempel des Nebenrohres aus gerechnet liegt an der Ansatzstelle in diesem Falle ja auch ein *Knoten* der Bewegung. Wird dagegen der Stempel des Hauptrohres so verschoben, daß die stehenden Wellen im Hauptrohre von dem Stempel aus gerechnet an der Ansatzstelle einen *Bauch* der Bewegung haben, so verschwinden die Flammenbilder in

dem Nebenrohr vollkommen, während sie in dem ganzen Hauptrohr erhalten bleiben.

Ist schon die Theorie der Rubensschen Flammenröhre nicht einfach, so gilt das in erhöhtem Maße von dem hier beschriebenen Apparat. Ich glaube aber, daß die besprochenen Haupttypen ausreichen, um sich ein einigermaßen klares Bild von den Vorgängen zu machen.

Breslau, Physikal. Institut, Januar 1910.

(Eingegangen 30. Januar 1910.)

9. Entgegnung
auf die Arbeit von Hrn. Rudorf:
Die Edeltgase und die Zustandsgleichung. II;
von Hans Happel.

In einer bereits im Jahre 1906 erschienenen Arbeit hatte ich¹⁾ unter anderen die verbesserte van der Waalssche Gleichung mit den Beobachtungen bei Argon, Krypton und Xenon verglichen, es ergab sich bei den Isothermen, der Dampfdruckkurve und dem spezifischen Volumen v_2 der in Koexistenz mit dem Dampf befindlichen flüssigen Phase — kurz bei allen brauchbaren Beobachtungsdaten — eine befriedigende Übereinstimmung. Hiergegen erhob Hr. Rudorf²⁾ Einwände, welche ich³⁾ jedoch widerlegte, wobei ich zugleich zeigte, daß die verbesserte van der Waalssche Gleichung sämtliche Messungen im allgemeinen bedeutend besser als die ursprüngliche darstellt. In seiner neuesten Abhandlung erkennt Hr. Rudorf⁴⁾ meine Kritik seiner Einwendungen zum Teil als berechtigt an, wenigstens behauptet er hier nur, daß die verbesserte van der Waalssche Gleichung bei Argon die beobachteten Werte von v_2 nicht gut wiedergebe. Im folgenden möchte ich nun zeigen, daß Hr. Rudorf auch hierin Unrecht hat, und daß sich auch jetzt noch meine Resultate voll und ganz aufrecht erhalten lassen.

Hr. Rudorf gibt zu, daß die verbesserte van der Waalssche Gleichung bei der absoluten Temperatur $T = 85^\circ$ den

1) H. Happel, Ann. d. Phys. 21. p. 342. 1906.

2) G. Rudorf, Ann. d. Phys. 29. p. 751. 1909.

3) H. Happel, Ann. d. Phys. 30. p. 175. 1909.

4) G. Rudorf, Ann. d. Phys. 31. p. 416. 1910.

Wert von v_2 richtig wiedergibt (nur bei dieser einen Temperatur hatte ich v_2 berechnet), dagegen behauptet er, daß in dem kleinen Intervall von $T = 84^\circ$ bis $T = 90^\circ$, für welches v_2 beobachtet ist, die verbesserte Gleichung bei einer anderen Temperatur als $T = 85^\circ$ den Wert von v_2 nicht richtig darstellt. Da zur Berechnung von v_2 der Wert von dp/dT längs der Verdampfungskurve nötig ist, so ermittelt Hr. Rudorf auf zwei verschiedene Weisen dp/dT für einige Temperaturen zwischen $T = 84^\circ$ und $T = 90^\circ$ und berechnet dann mit Benutzung der verbesserten van der Waalsschen Gleichung jedesmal den zugehörigen Wert von v_2 . Die von ihm auf die zwei verschiedenen Arten für dp/dT bzw. v_2 erhaltenen Zahlen stimmen nicht überein, über den Grund dieser Differenz gibt Hr. Rudorf nichts an. Die nach der einen Methode für v_2 berechneten Daten sind im allgemeinen größer als die beobachteten Werte, die nach der anderen Methode gefundenen sind etwas zu klein, differieren aber nicht stark mit den Messungen.

Ich wende mich jetzt dazu, den Fehler aufzudecken, den Hr. Rudorf bei seiner ersten Berechnung von dp/dT und v_2 begangen hat. Ich hatte früher den Wert von dp/dT bei 85° durch Aufzeichnung der Beobachtungen und Ziehen der Tangente ermittelt. Da Hr. Rudorf früher die Richtigkeit des so gefundenen Wertes bezweifelte, so leitete ich aus den Beobachtungen eine Interpolationsformel ab, und zeigte, daß sich aus ihr ein Wert für dp/dT ergibt, der mit meinem früheren gut übereinstimmt, worauf Hr. Rudorf die Richtigkeit der erhaltenen Zahl anerkannte. Es sei ausdrücklich erwähnt, daß ich die Interpolationsformel nur zu dem einen Zweck aufstellte, um dp/dT für die eine Temperatur $T = 85^\circ$ zu ermitteln. Es genügte daher zur Aufstellung der Formel nur die wenigen aufeinanderfolgenden Beobachtungen bei $T = 83,32 = 84,89 = 86,38 = 87,77$ zu verwenden. Daß man mittels dieser Formel dp/dT bei 85° also etwa in der Mitte des ganzen Intervalls von $T = 83,32$ bis $T = 87,77$ berechnen darf, ist wohl ohne weiteres klar. Ob aber auch an den beiden Enden des Intervalls die Formel richtige Werte für dp/dT liefert, ist von vornherein zum mindesten zweifelhaft; außerhalb des Intervalles gibt nämlich die Formel die Werte für p

nicht richtig wieder, wovon man sich leicht durch Nachrechnen überzeugt; infolgedessen kann nicht erwartet werden, daß an den beiden Enden innerhalb des Intervalles die Werte für dp/dT richtig wiedergegeben werden, wovon man sich durch eine ganz elementare anschauliche Betrachtung überzeugt, wobei man die geometrische Bedeutung des Differentialquotienten zu berücksichtigen hat.¹⁾ Überdies dürfte das eben Gesagte wohl eine ganz bekannte Regel sein, die bei jeder Interpolationsformel zu beachten ist. Bei seiner ersten Berechnungsweise von dp/dT und v_2 benutzt nun Hr. Rudorf die eben erwähnte Interpolationsformel und berechnet aus ihr dp/dT für solche Stellen, die nicht mehr zur Mitte des Intervalls gehören. Aus dem Vorangehenden folgt daher, daß die von Hrn. Rudorf so erhaltenen Zahlen für dp/dT und v_2 gar kein Zutrauen verdienen und aus der Nichtübereinstimmung der zugehörigen Zahlen für v_2 mit den Beobachtungen kann selbstverständlich kein Einwand gegen die verbesserte van der Waalssche Gleichung erhoben werden. Nur der eine von Hrn. Rudorf für $T = 84,89^\circ$ erhaltene Wert für dp/dT kann auf genäherte Richtigkeit Anspruch machen, da diese Stelle von der Mitte des Intervalles nicht weit entfernt ist. Der zugehörige Wert für v_2 stimmt aber auch befriedigend mit der verbesserten van der Waalsschen Gleichung überein, wie aus der betreffenden Tabelle auf p. 417 der Arbeit von Hrn. Rudorf hervorgeht.

Bei seiner zweiten Berechnungsweise von dp/dT benutzt Hr. Rudorf eine von Hrn. van der Waals aufgestellte empirische Gleichung. Diese Beziehung in der außer den kritischen Daten nur noch eine einzige Konstante vorkommt, hat sich zwar im allgemeinen bewährt, aber eine besonders große Genauigkeit wird man wohl kaum von ihr erwarten können. Die den auf diese Weise für dp/dT erhaltenen Zahlen zugehörigen Werte für v_2 stimmen mit den Beobachtungen, wenn auch nicht sehr gut, so doch leidlich überein,

1) Da die Zahl der zur Aufstellung der Interpolationsformel benutzten Punkte sehr klein ist, nämlich = 4, so ist es von vornherein möglich, daß man nur in einem sehr kleinen etwa in der Mitte gelegenen Intervall richtige Werte für dp/dT erhält.

wie die Tabelle auf p. 419 der Arbeit von Hrn. Rudolf lehrt, man wird aber wohl auch von vornherein kaum mehr erwarten dürfen.

Im folgenden habe ich nun für verschiedene Temperaturen die Werte von dp/dT berechnet; ich habe dabei die von Hrn. A. Keindorff¹⁾ aufgestellte Gleichung

$$\log^{10}(p + d) = c - \frac{f}{a + T}$$

benutzt, die Zahlenwerte der von Hrn. Keindorff ermittelten Konstanten d , c , f und a habe ich in einer meiner Arbeiten angegeben (vgl. Physik. Zeitschrift 10. p. 1026. 1909). Auf Grund der so erhaltenen Werte für dp/dT habe ich dann die Verdampfungswärme r berechnet²⁾ und dann ebenfalls in der gleichen Weise wie früher v_2 ermittelt. Die folgende Tabelle gibt die so gefundenen Werte für dp/dT , r und v_2 wieder, außerdem sind die beobachteten Werte von v_2 hinzugefügt.

$T =$	84,89	85,00	89,90
$\frac{dp}{dT} =$	63,96	64,54	94,32
$r =$	$1606 \cdot 10^6$	$1610 \cdot 10^6$	$1602 \cdot 10^6$
$v_2 \text{ ber.} =$	0,700	0,699	0,707
$v_2 \text{ beob.} =$	0,705	0,706	0,722

Man erkennt aus der Tabelle, daß die beobachteten und berechneten Werte für v_2 nicht nur an der Stelle $T = 85^\circ$, sondern auch bei allen anderen Temperaturen sehr gut übereinstimmen. Dies Resultat beruht keineswegs, wie Hr. Rudolf glaubt, auf

1) A. Keindorff, Die Zustandsgleichung der Dämpfe, Flüssigkeiten und Gase, Leipzig 1906, Verlag von B. G. Teubner.

2) Bei der Berechnung von r muß man natürlich den Wert für p benutzen, der sich aus der Gleichung von Hrn. Keindorff ergibt, dieser stimmt sehr genähert, aber natürlich nicht absolut genau mit der Ramsay und Traversschen Zahl überein.

reinem Zufall, sondern ist gut begründet, wie wohl nicht mehr bezweifelt werden kann.

Man könnte noch auf den Gedanken kommen, die Werte für dp/dT direkt durch Aufzeichnen der Ramsay und Traversschen Daten und Ziehen der Tangente zu finden. An der Stelle $T = 89,90$ würde diese Methode nur zu einem ungenauen Resultate führen, da hier die einzelnen Punkte nicht so dicht aufeinander folgen wie bei niederen Temperaturen, außerdem ist die zum Druck $p = 1500$ mm gehörige Temperatur durch einen Druckfehler¹⁾ entsteht. Bei $T = 87^\circ$ erhielt ich

$$\frac{dp}{dT} = 74,7, \quad r = 1585 \cdot 10^6, \quad v_2 = 0,713,$$

während der beobachtete Wert $v_2 = 0,712$ beträgt. Also auch auf diese Weise ergibt sich eine vorzügliche Übereinstimmung zwischen dem Experiment und der verbesserten van der Waals'schen Gleichung.²⁾ Bei dieser Berechnungsweise sind die ausgeglichenen Ramsay und Traversschen Daten benutzt; aus den direkt beobachteten Zahlen läßt sich dp/dT bei 87° nur in roher Annäherung ermitteln, da in der Nähe von 87° , und zwar oberhalb 87° , nur zwei beobachtete Punkte liegen. Bei 85° dagegen läßt sich dp/dT aus den direkten Messungen mit größerer Sicherheit ermitteln, man findet hier einen Wert der mit dem aus den ausgeglichenen Zahlen abgeleiteten gut übereinstimmt.

Zum Schluß möchte ich nochmals darauf hinweisen, daß, wie ich früher zeigte, die verbesserte van der Waalssche Gleichung (mit nach der van der Waalsschen Theorie konstantem a , vgl. Boltzmann, Gastheorie II, p. 152 und 176) nicht nur die Werte von v_2 , sondern auch alle anderen Daten (Dampfdruckkurve, Isothermen) genähert richtig wiedergibt, während

1) Dies ergibt sich auch aus der Arbeit von Hrn. Keindorff.

2) Bei der Berechnung von v_2 ist die Anwendung des Mariotte-Gay Lussacschen Gesetzes auf die Gasphase gestattet. Berechnet man z. B. bei $T = 87^\circ$ durch Einsetzen des zugehörigen Wertes von p ($p = 743$ mm) aus der verbesserten van der Waalschen Gleichung den Wert von v , so folgt $v = 179$. Mit diesen Daten und mit $dp/dT = 74,7$ folgt aus der streng gültigen Clausius Clapeyronschen Gleichung $r = 1552 \cdot 10^6$. Der zugehörige Wert von v_2 ermittelt nach $r = p v_1 + \frac{a}{v_2}$ ist nur unbedeutend größer als der oben berechnete.

die ursprüngliche Gleichung überall versagt, oder wenigstens die Messungen schlechter darstellt. (Vgl. meine frühere Entgegnung auf die Arbeit von Hrn. Rudorf und Physik. Zeitschr. 10. p. 1026. 1909.)

Ich denke, damit dürften wohl sämtliche Einwendungen von Hrn. Rudorf vollständig zurückgewiesen sein und meine frühere Kritik der Arbeit von Hrn. Rudorf erhalte ich vollständig aufrecht.

Tübingen, den 5. Februar 1910.

(Eingegangen 7. Februar 1910.)

10. Bemerkungen

*zu der Abhandlung des Hrn. P. Ludewig:
Über die Notwendigkeit des Vorhandenseins der
Selbstinduktion im Stromkreis des Wehnelt-
unterbrechers¹⁾;*

von A. Voller und B. Walter.

Im Eingang zu der in der Überschrift genannten Abhandlung sagt Hr. Ludewig, daß die bisher erschienenen Arbeiten über elektrolytische Unterbrecher keine umfassende Erklärung für die Notwendigkeit des Vorhandenseins der Selbstinduktion im Stromkreise geben; und er kommt dann später zu dem Ergebnis, daß die Bedeutung dieser GröÙe darin zu suchen sei, daß von ihr die Höhe der primären Öffnungsspannung abhängt, und daß diese letztere es sei, welche die in der ersten Phase des Unterbrechungsvorganges gebildete Wasserdampfschicht mit ihren explosibeln Gasen zur Explosion zu bringen und sie dadurch von der Unterbrechungsstelle zu entfernen habe.

Hierzu haben wir nun zu bemerken, daß wir genau dieselbe Auffassung des Wehneltphänomens schon in unserer vor mehr als 10 Jahren erschienenen Abhandlung: „Über die Vorgänge im Wehneltschen elektrolytischen Unterbrecher“²⁾ vorgetragen, und auch u. a. schon dadurch begründet haben, daß wir zeigten, daß die Explosionsfähigkeit des sich an der Anode des Unterbrechers bildenden Gases mit der Höhe der im primären Stromkreise vorhandenen Selbstinduktion steigt. Um dieselbe Zeit hat dann der eine von uns (W.)

1) P. Ludewig, Ann. d. Phys. 31. p. 445. 1910.

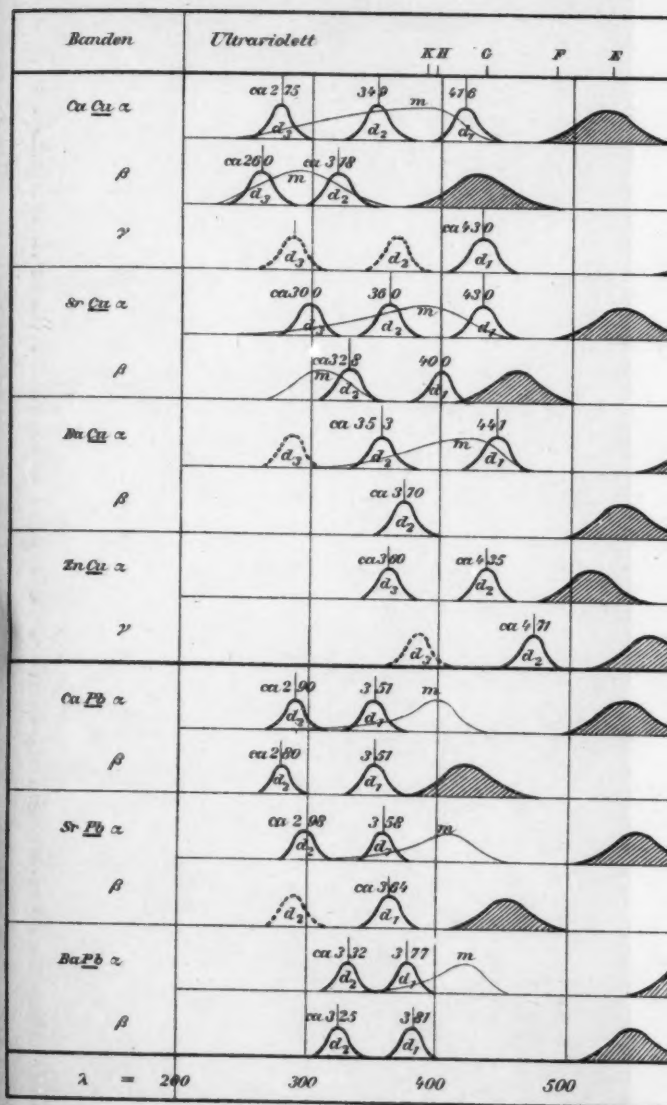
2) A. Voller u. B. Walter, Wied. Ann. 68. p. 526. 1899.

die genannte Auffassung auch noch mehrfach in anderen Zeitschriften, z. B. in den Fortschritten auf dem Gebiete der Röntgenstrahlen, Bd. II, p. 181, 1898/99, und im Prometheus, Jahrgang XI, p. 57, 1899, ausführlich auseinander-gesetzt, ja an letzterer Stelle den Wehneltunterbrecher sogar direkt als einen „Explosionsunterbrecher“ bezeichnet.

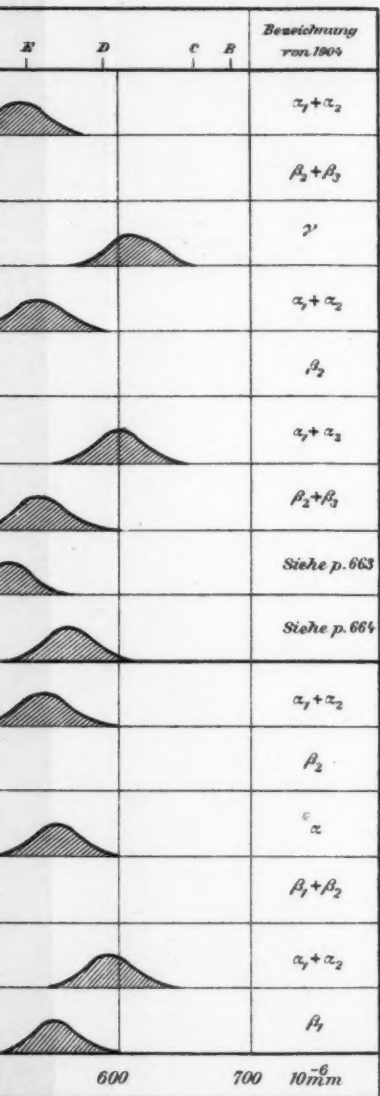
Hamburg, Physik. Staatslaboratorium, im Februar 1910.

(Eingegangen 8. Februar 1910.)





Erregungsverteilungen der Phosphore.






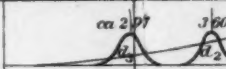
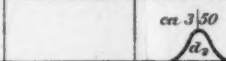
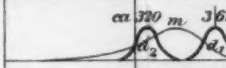
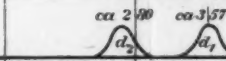
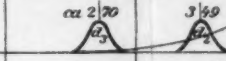
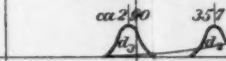
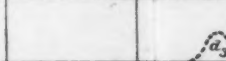
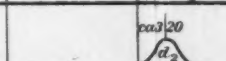


Banden	Ultraviolett
Sr <u>Zn</u> α	
δ	
Sr <u>Ag</u> α	
β	
Ca <u>Mn</u> α	
Sr <u>Mn</u> α	
Zn <u>Mn</u> α	
Ca <u>Bi</u> α	
Sr <u>Bi</u> α	
Ba <u>Bi</u> α	
$\lambda = 200 \qquad \qquad \qquad 300$	

d Maxima der Dauererregung
m Momentanerregung.

P. Lenard.

Erregungsverteilungen der Phosphore.

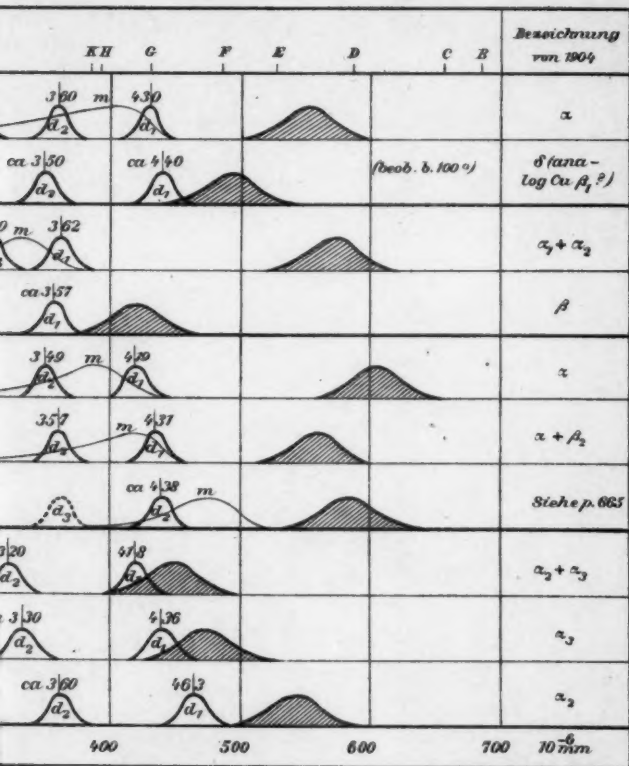
C B		Bezeichnung von 1904
		$\alpha_1 + \alpha_2$
		$\beta_2 + \beta_3$
		γ
		$\alpha_1 + \alpha_2$
		β_2
		$\alpha_1 + \alpha_2$
		$\beta_2 + \beta_3$
		Siehe p. 663
		Siehe p. 664
		$\alpha_1 + \alpha_2$
		β_2
		α
		$\beta_1 + \beta_2$
		$\alpha_1 + \alpha_2$
		β_1
700 10 ⁻⁶ m		

Banden	Ultraviolett
Sr <u>Zn</u> α	
	δ 
Sr <u>Ag</u> α	
	β 
Ca <u>Mn</u> α	
Sr <u>Mn</u> α	
Zn <u>Mn</u> α	
Ca <u>Bi</u> α	
Sr <u>Bi</u> α	
Ba <u>Bi</u> α	
$\lambda = 200 \quad 300$	

d Maxima der Dauererregung.
m Momentanerregung.

P. Lenard.

Tafel III.



ng.

Banden
(Emission)